مقدمه

تحقیقات در زمینه‌ی روان‌شناسی کاربردی و آموزش، دیدگاه‌های متعددی درباره‌ی چگونگی تفکر و یادگیری دانش‌آموزان، تبیین کرده است. اما تأثیر ناشی از آن بر آموزش واقعی در کلاس درس، نامتعادل و غیرقابل پیش‌بینی است. در عوض، در آموزش عالی، بسیاری هستند که نتایج تحقیقات آموزشی را به مدل‌های یادگیری خاص رشته‌ی تحصیلی خودشان تبدیل می‌کنند (فلور و همکاران، ۲۰۰۰؛ بوریاک، مک نورلین و هارپر، ۱۹۹۵). این مدل‌ها به نوبه‌ی خود برای اصلاح روش‌های آموزشی، تولید مجدد درس‌های موجود و حتی پیشنهاد درس جدید، مورد استفاده قرار می‌گیرند.

تحقیق در آموزش ریاضی نیز کمتر از این موارد نبوده، اما به‌کارگیری نتایج آن تحقیق، اغلب منجر به طرح سؤالاتی مشکل از قبیل «چه میزان از تکنولوژی، مناسب است؟» و «یک روش آموزش، در چه موقعیتی مؤثرتر واقع می‌شود؟» شده است. در پاسخ به چنین سؤالاتی، این مقاله، مشاهدات فردی و تحقیق آموزش را با هم ترکیب کرده و از آن، مدلی برای یادگیری ریاضی ساخته است. ماهیت چنین ترکیبی در مدل ارایه شده در این مقاله، متجلی است و می‌توان از آن برای جهت‌دهی به اصلاح آموزشی و برنامه‌ی درسی، استفاده کرد.

با این حال، پیش از ارایه‌ی این مدل، اجازه دهید این شاخص را پیشنهاد کنم. تدریس، با توجهی اصیل به دانش‌آموزان و اشتیاق نسبت به موضوع، شروع می‌شود. همه‌ی منافع ناشی از این مدل، بر این توجه و اشتیاق اضافه می‌شود زیرا به عقیده‌ی من، هیچ چیز نمی‌تواند، و نباید، جایگزین رابطه‌ی دوطرفه و ارزشمند معلم ـ دانش‌آموز شود.

یک مدل چهار مرحله‌ای یاددهی و یادگیری ریاضی

جِف نیسلی، گروه ریاضی دانشگاه ایالتی ایست تنسی

ترجمه: **حسن جوشن**، دبیر ریاضی منطقه‌ی میان جلگه، شهرستان نیشابور

برخی نتایج حاصل از پژوهش‌های آموزشی

این بخش به‌طور خلاصه، پیشینه‌ی پژوهش در آموزش ریاضی و روان‌شناسی کاربردی مرتبط با این مقاله را بررسی می‌کند. این بررسی، جامع نیست و تلاشی برای توجیه نتیجه‌گیری ارایه شده در این بخش، نشده است. خوانندگان علاقه‌مند می‌توانند برای اطلاعات بیش‌تر، به منابع موجود مراجعه کنند.

تحقیقات دهه‌های گذشته در آموزش نشان می‌دهد که دانش‌آموزان، از سبک‌های یادگیری فردی استفاده می‌کنند (فلور، ۱۹۹۶). در نتیجه، آموزش باید چند بُعدی باشد تا دربرگیرنده‌ی سبک‌های یادگیری گوناگون باشد. مکتوبات بسیاری، از جمله کتاب‌های درسی، پرسش‌نامه‌های روش یادگیری و منابع برای استفاده در کلاس درس وجود دارند که همگی، حامی این ادعا هستند (به‌طور مثال، به دان و دان[1]، ۱۹۹۳، مراجعه کنید).

به علاوه، تحقیقات دهه‌های گذشته در روان‌شناسی

کاربردی، حاکی از آن است که بهترین راه تحقیق حل مسأله، رویکرد ساختن استراتژی است. در حقیقت، مطالعات مربوط به نقش تفاوت‌های فردی در کسب مهارت، حاکی از این است که سریع‌ترین یادگیرندگان، کسانی هستند که برای شکل‌گیری مفهوم [در ذهن خود]، استراتژی تولید می‌کنند (آیرینگ[۲]، جانسون و فرانسیس، ۱۹۹۳). بنابراین، هر مدل یادگیری ریاضی باید به‌عنوان یک سبک یادگیری، شامل ساختن استراتژی باشد.

در نتیجه، عقیده دارم که مدل یادگیری که بیش از همه در ریاضی کاربرد دارد، مدل یادگیری کولْبْ[۳] است (برای بحث درباره‌ی این مدل، به ایوان و همکاران، ۱۹۹۳، مراجعه کنید). در مدل کولب، سبک یادگیری دانش‌آموز، با دو عامل تعیین می‌شود ـ این‌که آیا دانش‌آموز، ملموس و عینی را به انتزاعی ترجیح می‌دهد و آیا دانش‌آموز، آزمایش کردن فعال[۴] را به مشاهده‌ی بازتابی[۵] ترجیح می‌دهد. این دو سؤال، منجر به چهار نوع یادگیرنده می‌شود:

- عینی، بازتابی: کسانی که بر پایه‌های تجربه‌های قبلی می‌سازند؛
- عینی، فعال: کسانی که با آزمون و خطا یاد می‌گیرند؛
- انتزاعی، بازتابی: کسانی که از توضیحات با جزئیات یاد می‌گیرند؛
- انتزاعی، فعال: کسانی که با توسعه‌ی استراتژی‌های فردی یاد می‌گیرند.

اگرچه مدل‌های دیگری نیز برای ریاضی به‌کار می‌روند، واضح است که تمایز سبک‌های یادگیری، ممکن است مهم‌تر از توصیف هر سبک به‌طور جداگانه باشد (فلور، ۱۹۹۶).

بالاخره اجازه دهید که «حفظ کن و پس بده»[۶] را به‌عنوان یک روش یادگیری نامطلوب، بررسی کنیم. استدلال رهیافتی[۷]، یک فرآیند فکری است که در آن، مجموعه‌ای از الگوها و اعمال وابسته به آن‌ها، حفظ می‌شوند، به‌طوری که وقتی یک مفهوم جدیدارایه می‌شود، نزدیک‌ترین الگو، عمل انجام شده را تعیین می‌کند (پیرل، ۱۹۹۶). متأسفانه ضوابطی که برای تعیین نزدیکی مورد استفاده قرار می‌گیرند، اغلب نامناسب هستند و به نتایج نادرستی منتهی می‌شوند.

برای مثال، اگر دانش‌آموزی عبارت

$$\sqrt{x^۴ + ۴x^۲}$$

را به اشتباه به صورت

$$x^۲ + ۲x$$

ساده کند، احتمالاً آن دانش‌آموز، از ضوابط دیداری برای تعیین این‌که نزدیک‌ترین الگو، پیدا کردن ریشه‌ی یک عبارت توانی بوده، استفاده کرده است. یعنی، استدلال رهیافتی، دانشی است بدون درک، مسیری کوتاه در یادگیری که جلوی تفکر انتقادی را می‌گیرد. علاوه بر این، این چنین روش‌های اختیاری و نامطمئن در حل مسأله، دلیل اصلی ایجاد «اضطراب ریاضی» است که اغلب دانش‌آموزان را در درس‌های مقدماتی، دچار مصیبت می‌کند.

یادگیری در یک زمینه‌ی ریاضی

مدل ارایه شده در این مقاله، بر اساس این ایده است که سبک‌های یادگیری کولب، مستقیماً ترجمان سبک‌های یادگیری ریاضی هستند. مثلاً یادگیرندگان «عینی ـ بازتابی»، کسانی هستند که از دانش قبلی، به عنوان استعاره و داربستی[۸] برای ایده‌های جدید استفاده می‌کنند. در درس‌های ریاضی، چنین دانش‌آموزانی، آن‌هایی هستند که مسایل را با دنباله‌روی از یک مثال حل شده در کتاب درسی، حل می‌کنند. به همین ترتیب، سه روش دیگر در یادگیری کولب نیز ترجمان سبک‌های یادگیری ریاضی می‌باشند:

۱) تمثیل گر[۹]: این دانش‌آموزان، صورت (فرم) را به کارکرد ترجیح می‌دهند و بدین جهت، اغلب جزئیات را نادیده می‌گیرند. آن‌ها با جست‌وجوی رویکردهای مشابه در مثال‌های قبلی، به مسأله‌ها می‌پردازند [کلیشه‌سازی].

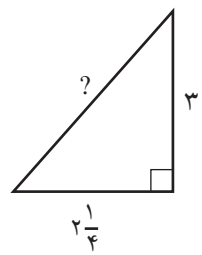
۲) تلفیق گر[۱۰]: این دانش‌آموزان، به شدت بر مقایسه‌ی ایده‌های جدید با ایده‌هایی که برای آن‌ها شناخته شده است، متکی هستند. آن‌ها با تکیه بر بصیرت‌های متکی بر «عقل سلیم» خود، به مسأله می‌پردازند ـ یعنی با مقایسه‌ی آن‌ها با مسایلی که می‌توانند حل کنند.

۳) تحلیل گر[۱۱]: این دانش‌آموزان، به توضیحات منطقی و الگوریتم‌ها علاقه دارند. آن‌ها مسایل را با یک توالی گام به گام و منطقی که با فرض‌های اولیه شروع شده و با اثبات حکم خاتمه می‌یابد، حل می‌کنند.

۴) ترکیب گر[۱۲]: این دانش‌آموزان، مفاهیم را به صورت ابزاری برای ساختن ایده‌ها و رویکردهای جدید می‌بینند. آن‌ها، مسایل را با ایجاد استراتژی‌های فردی و رویکردهای جدید، حل می‌کنند.

به‌علاوه، مشاهدات و آزمایش‌های چندساله و تعامل با دانش‌آموزان، به من می‌باورانند که تمام سبک‌های یادگیری، در همین چهار سبک خلاصه می‌شود. البته یقیناً، تحقیق بیش‌تر برای اثبات این ادعا لازم است.

به‌عنوان مثال، در یک آزمایش، مطمئن شدم که هر دانش‌آموز، قضیه‌ی فیثاغورس را می‌داند و یک خط‌کش نیز دارد. سپس از آن‌ها خواستم طول وتر مثلث قائم‌الزاویه‌ای با اضلاع ۳ و $۲\frac{۱}{۴}$ را به‌دست آورند.



شکل ۱. مثلث قائم‌الزاویه، با وتر نامعلوم

بعضی از دانش‌آموزان، در کتاب درسی، به دنبال مثال مشابهی می‌گشتند. بسیاری از آن‌ها، وتر را با خط‌کش اندازه‌گیری کردند. برخی مستقیماً از قضیه‌ی فیثاغورس استفاده کردند و تعداد کمی، تشخیص دادند که این مثلث، همان مثلث با اضلاع ۳و۴و۵ است منتها با واحدِ $\frac{۱}{۴}$.

به‌هر حال، از سبک‌های دیگری استفاده نشد و مشابهاً در سایر آزمایش‌هایی که انجام دادم، فقط تعدادی کمتر از انگشتان دست، از سبک‌هایی غیر از چهار سبک ذکر شده در بالا، استفاده کردند. علاوه بر این، مشاهده کردم که سبک یادگیری یک دانش‌آموز خاص، از موضوعی به موضوع دیگر تغییر می‌کند و متأسفانه، وقتی که سبک یادگیری او موفقیت‌آمیز نیست، وی به استدلال رهیافتی متوسل می‌شود.

چهار مرحله‌ی یادگیری ریاضی

پس سؤال این است که «چه چیز باعث می‌شود که یک دانش‌آموز، هنگام مواجه شدن با یک مفهوم جدید، سبک خاصی را انتخاب کند؟» من به این نتیجه رسیده‌ام که تفاوت‌ها در سبک یادگیری، اغلب به میزان موفقیت دانش‌آموز در ترجمه‌ی یک ایده‌ی جدید به یک مفهوم کاملاً درک شده بستگی دارد. در واقع، به‌نظر می‌رسد که هریک از ما، یک مفهوم جدید را به وسیله‌ی گذر از چهار مرحله‌ی متمایز فهم و درک، می‌آموزیم:

۱) مشابهت‌سازی[۱۳]: یک مفهوم جدید، به‌صورت استعاری، بر حسب مفاهیم شناخته شده و در یک زمینه‌ی آشنا، توصیف می‌شود [کلیشه‌سازی].

۲) تلفیق[۱۴]: از مقایسه، اندازه‌گیری و جست‌وجو، برای تمیز دادن مفهوم جدید از مفاهیم شناخته شده استفاده می‌شود.

۳) تجزیه و تحیل[۱۵]: مفهوم جدید، جزئی از پایگاه دانش موجود می‌شود. از توضیحات و پیوندها و ارتباطات، برای «بیرون کشیدن»[۱۶] مفهوم جدید، استفاده می‌شود.

۴) ترکیب[۱۷]: مفهوم جدید، هویت منحصربه‌فرد خود را می‌طلبد و بنابراین به ابزاری برای توسعه‌ی استراتژی و تمثیل‌سازی بیش‌تر، تبدیل می‌شود.

بنابراین نتیجه می‌شود که سبک یادگیری یک دانش‌آموز، نشان‌دهنده‌ی میزان پیشرفت وی در چهار مرحله‌ی فوق است:

- تمثیل‌گرها: نمی‌توانند مفهوم جدید را از مفاهیم شناخته شده تمیز دهند.
- تلفیق‌گرها: تشخیص می‌دهند که یک مفهوم، جدید است، امّا متوجه نمی‌شوند که چگونه مفهوم جدید با مفاهیم آشنا مرتبط می‌شوند.
- تحلیل‌گرها: ارتباط مفهوم جدید با مفاهیم شناخته شده را می‌بینند، امّا فاقد اطلاعاتی هستند که به ویژگی منحصربه‌فرد آن مفهوم مربوط است.
- ترکیب‌گرها: بر مفهوم جدید، تسلط دارند و می‌توانند از آن، برای حل مسأله‌ها و توسعه‌ی استراتژی‌ها (یعنی نظریه‌ی جدید) و خلق تمثیل‌های جدید، استفاده کنند.

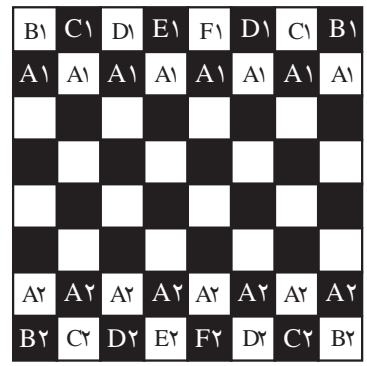
هم‌چنین، نتیجه می‌شود که سبک یادگیری یک دانش‌آموز، می‌تواند متفاوت باشد، گرچه در عمل، سبک یک دانش‌آموز برای مفاهیم مشابه، تمایل به ثابت ماندن دارد.

اهمیت تمثیل‌ها (کلیشه‌ها)

این مدل، پیشنهاد می‌دهد که یادگیری یک مفهوم جدید، با ایجاد یک تمثیل شروع می‌شود. یعنی یادگیری، با یک توصیف استعاری (تمثیلی) از یک مفهوم جدید در یک زمینه‌ی آشنا، آغاز می‌شود. به‌علاوه، ناتوانی در تمثیل‌سازی و مشابهت‌سازی، منجر به رویکرد رهیافتی می‌گردد. یعنی اگر

دانش‌آموزی، هیچ توصیف استعاری از یک مفهوم نداشته باشد، محتمل است که به سبک یادگیری «حفظ کن و مرتبط کن» متوسل شود.

مثلاً، آموزش بازی شطرنج را بدون استفاده از تمثیل‌ها در نظر بگیرید. با یک جدول ۸×۸ شروع می‌کنیم، که در آن بازیکنان ۱ و ۲، مهره‌هایی را که با علامت‌های A و B و C و D و E و F، برچسب‌گذاری و مرتب شده‌اند، در اختیار دارند. (شکل ۲)



شکل ۲. شطرنج بدون تمثیل

سپس برای بازیکنان توضیح می‌دهیم که حرکت‌های درست هر مهره، توسط نوع مهره تعیین می‌شود و هدف بازی، از حرکت انداختن مهره‌ی F بازیکن حریف است. در پاسخ به چنین آموزشی، احتمالاً دانش‌آموزان حرکات معتبر (درست) هر مهره را حفظ می‌کنند و با استفاده از علائم بصری، حرکت‌های مهره‌ها را انجام می‌دهند ـ که البته چندان جالب نیست!

واضح است که یادگیری، به توسعه‌ی تمثیل‌ها نیاز دارد. در حقیقت افراد، بازی شطرنج را می‌آموزند و از آن لذت می‌برند زیرا مهره‌های بازی، خود تمثیلی از شخصیت‌های نظامی قرون وسطی هستند. مثلاً مهره‌های پیاده‌ی شطرنج زیاد هستند، اما توانایی آن‌ها کم است؛ اسب‌ها می‌توانند از روی سایر مهره‌ها «بپرند» و مهره‌های وزیر، قدرت نامحدودی دارند. اسیر کردن شاه، تمثیلی برای برنده شدن در بازی است. در واقع، بسیاری از بازی‌های ویدئویی و بازی‌های روی صفحه[۱۸]، محبوبیت خود را مدیون همین هستند که هریک، تمثیلی از پیشامدها و مردم واقعی می‌باشند.

من در تدریس خود دریافته‌ام که حساب، یکی از لذت‌بخش‌ترین و سودمندترین زمینه‌ها برای تمثیل‌ها و مشابهت‌ها در ریاضی است. مثلاً خود ما از ضرب اعداد صحیح مانند

$$۲^۲ \times ۲^۳ = (۲\times۲)\times(۲\times۲\times۲) = ۲\times۲\times۲\times۲\times۲ = ۲^۵$$

استفاده می‌کنیم تا به این حقیقت برسیم که

$$a^b . a^c = a^{(b+c)}$$

به علاوه، مدل‌های بصری و فیزیکی نیز به‌عنوان زمینه‌های مناسبی برای تمثیل به‌کار می‌روند؛ البته تا زمانی که به آسانی فهمیده شده و به شکلی آشنا، ارایه شوند.

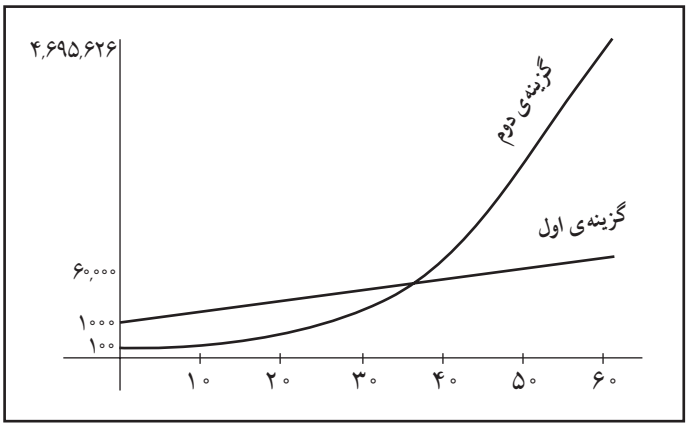
مؤلفه‌های تلفیق

وقتی یک مفهوم به صورت تمثیلی معرفی می‌شود، باید با پایگاه دانش موجود، تلفیق شود. به عقیده‌ی من، این فرایند تلفیق، با یک تعریف آغاز می‌شود؛ زیرا یک تعریف، برچسبی به مفهوم جدید نسبت می‌دهد و آن را درون یک موقعیت ریاضی قرار می‌دهد. زمانی که یک مفهوم را تعریف می‌کنیم، می‌توانم آن را با مفاهیم شناخته شده از قبل، مقایسه و مقابله کنیم.

مجسم‌کردن[۱۹]، آزمایش کردن[۲۰] و اکتشاف[۲۱]، نقش‌های کلیدی در تلفیق بازی می‌کند. البته در میان آن‌ها، مقایسه‌های بصری و تجسّم از همه قدرتمندتر است و اکتشاف و آزمایش، راه‌هایی برای مقایسه‌ی پدیده‌های جدید با پدیده‌های خوب مطالعه شده و خوب فهمیده شده می‌باشند. در نتیجه، اغلب در این وضعیت، استفاده از تکنولوژی به‌عنوان یک ابزار تجسمی، مطلوب است.

به‌طور مثال، وقتی رشد نمایی را تعریف می‌کنیم و تمثیل می‌زنیم، بهترین کمک به دانش‌آموزان، ممکن است این باشد که این پدیده‌ی جدید ـ رشد نمایی ـ را با پدیده‌ی شناخته شده‌ی رشد خطی، مقایسه کنیم. در واقع، فرض کنید به دانش‌آموزان گفته می‌شود که برای دریافت یک جایزه‌ی نقدی، دو گزینه دارند: یا دریافت ۱۰۰۰ دلار در ماه به مدت ۶۰ ماه، یا دریافت همه‌ی سود حاصل از یک سرمایه‌گذاری ۱۰۰ دلاری با سود ماهانه‌ی ٪۲۰ به مدت ۶۰ ماه. مقایسه‌ی بصری این دو گزینه، تفاوت‌ها و شباهت‌های میان رشد خطی و رشد نمایی را آشکار می‌سازد. (شکل ۳)

به‌ویژه، رشد نمایی در ابتدا تقریباً خطی به‌نظر می‌رسد و بنابراین در چند ماه اول، گزینه‌ی ۱ مقدار بیش‌تری خواهد شد. با این حال، پس از گذشت زمان، رشد نمایی پیشی می‌گیرد و به‌صورت فزاینده‌ای سریع‌تر از گزینه‌ی خطی، رشد می‌کند



شکل ۳. مقایسه‌ی بصری رشد خطی و رشد نمایی

به‌طوری که پس از ۶۰ ماه، گزینه‌ی ۱، ۶۰۰۰۰ دلار می‌ارزد در حالی که گزینه‌ی ۲، ۴۶۹۵۶۲۶ (بیش از ۴ میلیون دلار) ارزش دارد.

تحلیل و ترکیب

کوتاه سخن آن که تحلیل، یعنی این که دانش‌آموز، به صورت نقادانه، درباره‌ی مفهوم جدید فکر می‌کند. یعنی مفهوم جدید، شخصیت خاص خود را پیدا می‌کند و دانش‌آموز، مایل است که هرچه بیش‌تر درباره‌ی آن، یاد بگیرد. تحلیل‌گران می‌خواهند تاریخ آن مفهوم، راهبردهای استفاده از آن و توضیحاتی در مورد خصیصه‌های مختلف آن را بدانند. افزون بر این، مفهوم جدید تقریباً به صورت یکی از شخصیت‌های متعددی در می‌آید که تحلیل‌کنندگان می‌خواهند ارتباط آن را با سایر مفاهیم (شخصیت‌های) موجود و نیز حوزه‌های تأثیر آن درون پایگاه دانش موجود خود را بدانند.

بدین جهت، تحلیل‌گران به کسب اطلاعات زیاد در یک دوره‌ی زمانی کوتاه، تمایل دارند و لذا ارایه‌ی درست به صورت سخنرانی برای آن‌ها، کاملاً مناسب است. متأسفانه، وضعیت جاری چنین است که فرض می‌کنیم همه‌ی دانش‌آموزان ما، برای همه‌ی مفاهیم، تحلیل‌گر هستند و این، به این معنی است که مقدار وسیعی اطلاعات را به دانش‌آموزانی ارایه می‌دهیم که حتی تشخیص نمی‌دهند که با یک ایده‌ی جدید مواجه شده‌اند.

در واقع، چنین وضعیتی در حسابان، برای مفهوم حد رُخ می‌دهد. مطالعات نشان داده است که تقریباً هیچ‌کس این درس را با درک جامعی از مفهوم حد به پایان نمی‌رساند (زیدیک[۲۲]، ۲۰۰۰). در عوض، اغلب دانش‌آموزان به رهیافت‌ها متوسل می‌شوند تا در مواجه‌ی اولیه‌ی خود با فرآیند حد، با آن دست‌وپنجه نرم کنند.

سرانجام، ترکیب اساساً تسلط بر موضوع است، بدین معنا که مفهوم جدید، به صورت ابزاری در می‌آید که دانش‌آموز برای ایجاد استراتژی‌های فردی حل مسأله، از آن استفاده می‌کند. مثلاً، اگرچه بازی‌ها اغلب به تمثیل‌ها و مشابهت‌ها بستگی دارند، اما قسمت سرگرم‌کننده‌ی بازی، تحلیل آن و ایجاد استراتژی‌های جدید برای بُردن است. در واقع در هر بازی، همه‌ی ما دوست داریم به نقطه‌ای برسیم که کنترل بازی را در دست بگیریم یعنی نقطه‌ای که استراتژی‌های خودمان را ترکیب می‌کنیم و سپس از آن‌ها برای ایجاد تمثیل‌ها و مجازهای خودمان از مفاهیم جدید، استفاده می‌کنیم.

نقش معلم

همان‌طور که در مقدمه ذکر شد، ارزش این مدل ۴ مرحله‌ای یادگیری ریاضی این است که می‌توان از آن به‌عنوان راهنمایی برای ایجاد روش‌های اصلاحی و برنامه‌ی درسی استفاده کرد. به‌عنوان مثال، می‌توانیم با استفاده از این مدل، نقش معلم در یک درس ریاضی اصلاح شده را توصیف و بررسی کنیم.

برای شروع باید بدانیم که ترکیب، عملی خلاقانه است. پس همه‌ی دانش‌آموزان نمی‌توانند با مفهوم ارایه شده، ترکیب انجام دهند. به علاوه، تمثیل‌های مناسب، به پیشینه‌ی فرهنگی دانش‌آموز بستگی دارد و در نتیجه، تمثیل‌های جدید باید به صورت پیوسته، توسعه یابند. بالاخره، برخی مفاهیم نسبت به سایر مفاهیم، نیازمند تمثیل سازی، تلفیق و تحلیل بیش‌تری هستند. به بیان ساده‌تر، این مدل به ما اجازه نمی‌دهد که یادگیری ریاضی را به یک فرآیند خودبه‌خودی با ۴ گام کنترل شده، تبدیل کنیم. پس باید واسطه‌ای وجود داشته باشد ـ یعنی یک معلم ـ که تمثیل‌ها و مشابهت‌ها را برای دانش‌آموزان توسعه می‌دهد، میزان تمثیل و تلفیق و تحلیل مورد استفاده در ارایه‌ی یک مفهوم را تعیین می‌کند و اوست که اطمینان حاصل می‌کند که آیا دانش‌آموزان یاد گرفته‌اند درباره‌ی هر مفهوم، به صورت

انتقادی فکر کنند. و هرگاه دانش‌آموزان بتوانند انتقادی فکر کنند، معلم باید با ارایه‌ی راه‌کارهای حل مسأله و ایجاد تمثیل‌های جدید، برای بسیاری از دانش‌آموزان، عمل ترکیب را انجام دهد.

به بیان دقیق‌تر، این مدل برای معلم، نقش‌های زیر را در هریک از ۴ مرحله‌ی کسب مفهوم، بیان می‌کند:

ـ **تمثیل‌سازی و مشابهت‌سازی**: معلم یک داستان سرا (نقال) است؛

ـ **تلفیق**: معلم، یک راهنما است؛

ـ **تحلیل**: معلم، یک خبره است؛

ـ **ترکیب**: معلم، یک مربی[۲۳] است.

در این مقاله، فرصت توضیح بیش‌تر درباره‌ی هریک از این نقش‌ها وجود ندارد، لیکن اجازه دهید نکته‌ای را خاطر نشان کنم که احساس می‌کنم نباید از آن غفلت کرد. دانش‌آموزانی که با استعداد هستند، در نظام آموزشی ما اغلب کسل یا حتی خفه می‌شوند. اگر بپذیریم که مربی، کسی است که نظم و ترتیب و ساختار را برای ایجاد خلاقیت به‌کار می‌گیرد، پس به وضوح این دانش‌آموزان هستند که باید توسط وی تربیت شوند. به‌ویژه معلمان باید مطمئن شوند که ترکیب کننده‌ها، تشخیص می‌دهند که در ریاضی، خلاقیت وجود دارد و آن‌ها باید نشان دهند که چنین خلاقیتی، هم لذت‌بخش و هم باارزش است.

نقش تکنولوژی

گرچه نظرات اصلاحی از قبیل استفاده از تکنولوژی، یادگیری گروهی، و قانون ۴ مرحله‌ای، ارزشمند و اثربخش هستند، امّا به‌کارگیری آن‌ها، اغلب نیازمند صرف زمان زیاد از زمان باارزش کلاس است. اگر از این ایده‌های اصلاحی، عاقلانه استفاده نشود، به‌راحتی می‌توانند منجر به درس‌هایی شوند که عمیق هستند اما وسعت ندارند، که در این صورت برای برنامه‌ریزی درسی بعد از دبیرستان، نامناسب می‌باشند.

در هرحال، مدل ۴ مرحله‌ای یادگیری، اجازه می‌دهد برای انجام اصلاحات، راه‌کارهایی ایجاد کنیم که در آن، محتوای درس، قربانی نشود. برای نشان دادن این ادعا، توضیحات خود را به گنجاندن تکنولوژی در برنامه‌ی درسی، محدود می‌کنم.

فرض کنید مفهومی داریم که استفاده از تکنولوژی را ایجاب می‌کند. برای تعیین چگونگی استفاده‌ی بهینه از آن تکنولوژی، ابتدا باید مشخص کنیم که کدام یک از این ۴ مرحله، آن تکنولوژی را به بهترین وجه توصیف می‌کند و پس از آن، ضروری است که استفاده از آن تکنولوژی را به آن مرحله از ارایه‌ی مفهوم، محدود سازیم. به علاوه، اگر معلوم کنیم که دانش‌آموزان در آن مرحله، به زمان خیلی کمی نیازمندند، شاید دیگر نخواهیم از آن تکنولوژی استفاده کنیم.

مثلاً فرض کنید یک برنامه‌ی «اَپلت»[۲۴] داریم که همگرایی سری ریمان در ناحیه‌ی زیرمنحنیِ را نشان می‌دهد؛ هیچ مقایسه‌ای میان ایده‌های شناخته شده و ایده‌های ناشناخته انجام نمی‌دهد، و کمکی به تمایز مفهوم انتگرال از سایر مفاهیم (مانند پادمشتق) نمی‌کند. بنابراین، این برنامه برای تلفیق، تحلیل یا ترکیب، مناسب نیست.

با این وجود، اگر درک و استفاده از اَپلت، ساده باشد می‌توان از آن به‌عنوان زمینه‌ی بصری عالی برای مفهوم انتگرال، استفاده کرد. پس، من از آن به‌عنوان یک تمثیل برای انتگرال معین استفاده می‌کنم: آن را به‌عنوان نمایشی برای مفهوم جدید معرفی خواهم کرد. پس از آن، از آن به‌عنوان انگیزه‌بخش تعاریف اِفراز، مجموع ریمان، و نهایتاً انتگرال معین استفاده خواهم کرد.

در حقیقت، ممکن است تصمیم بگیرم که ۲-۳ تصویر که خوب ترسیم شده باشند، همان تأثیر برنامه‌ی اَپلت را دارند، و لذا ممکن است قانع شوم که در زمان و تلاشی که برای معرفی اپلت و چگونگی کار با آن صرف می‌شود، صرفه‌جویی کنم. یا ممکن است تصمیم بگیرم که واقعاً می‌خواهم از اپلت استفاده کنم و متعاقباً تکلیفی طراحی کنم که در آن از دانشجویان بخواهم نتایج حاصل از اپلت را با نتایج حاصل از قلم و کاغذ، مقایسه کنند.

از این گذشته، نوع استفاده‌ی من از تکنولوژی، از ترمی به ترم دیگر، متفاوت است. ممکن است در یک ترم ببینم که تک‌تک دانشجویان و کلاس، نیازمند صرف زمان بیش‌تری برای تمثیل مفهوم انتگرال معین هستند. یا ممکن است برنامه‌ی اپلت را فقط در حد فرصتی برای به چالش کشیدن گروهی از ترکیب‌کننده‌ها، نشان دهم تا نسخه‌ی بهتری از اپلت بسازند ـ با این ضمانت که در آینده به جای برنامه‌ی فعلی، از برنامه‌ی آن‌ها استفاده خواهم کرد.

استفاده یا عدم استفاده‌ی من از تکنولوژی، تحت‌تأثیر نقشی است که تکنولوژی می‌تواند در ارایه‌ی یک مفهوم خاص، بازی کند. برای من حیرت‌آور است که تکنولوژی، که در ابتدا بسیار

جذاب به‌نظر می‌رسد، واقعاً با توجه به این مدل، ارزش آموزشی اندکی دارد.

جمع‌بندی

در آخر، می‌خواهم باور خود را تکرار کنم که این مدل، تنها زمانی مؤثر است که به صورت ابزاری در دستان یک معلم مشتاق باشد که می‌خواهد رابطه‌ی معلم ـ شاگردی را ارتقا دهد. در حقیقت، حدس می‌زنم که بسیاری از معلمان، همین حالا هم از این مدل استفاده می‌کنند، بدون این‌که به آن رسمیت داده باشند. در حال حاضر، بسیاری از ما به جای این‌که از قضیه‌ی فیثاغورس استفاده کنیم، وتر یک مثلث قائم‌الزاویه را با خط‌کش اندازه می‌گیریم. ما این کار را می‌کنیم چون می‌دانیم که زمانی که دانش‌آموز می‌بیند نتایج حاصل از اندازه‌گیری و قضیه‌ها، یکی هستند، در حل مسایل، از قضیه‌ها مستقل از اندازه‌گیری استفاده می‌کند.

با این وجود، این مدل، ابزاری بسیار ارزشمند در تدریس من بوده است. این مدل به من اجازه می‌دهد که نیازهای دانش‌آموزان را سریع و مؤثر تشخیص دهم، وقت و کاربرد تکنولوژی را بودجه‌بندی کنم و اعتماد دانش‌آموزان نسبت به توانایی‌ام در هدایت آن‌ها به سوی موفقیت را افزایش دهم. امیدوارم این مدل برای همکاران آموزشگرم در حرفه‌ی ریاضی نیز به همین اندازه با ارزش باشد.

زیرنویس‌ها

1. Dunn and Dunn

2. Eyring

3. Kolb's Learning Model

4. Active Experimentation

5. Refletive Observation

6. Memorize And Regurgitate

معنی دقیق‌تر این عبارت، «حفظ کن و استفراغ کن» است.

۷. توجه داشته باشید که منظور از «استدلال رهیافتی» در این مقاله، استدلال‌های بی‌دلیل و اختیاری است و ارتباطی به «رهیافت» به معنایی که پولیا از آن‌ها نام برده، ندارد.

8. Allegory

در فرهنگ لغت و بستر، معنای این واژه چنین است: «داستان یا توصیفی که شخصیت‌ها و پیشامدها، نمادی برای معانی زیربنایی عمیق‌تری هستند.»

9. Allegorizer

10. Integrator

11. Analyzer

12. Synthesizer

13. Allegorization

14. Integration

15. Analysis

16. Fleshout

17. Synthesis

18. Board Games

انواع بازی‌هایی که روی یک تخته انجام می‌شوند از قبیل منچ، مونوپولی، ماروپله، شطرنج و نظایر آن.

19. Visualization

20. Experimentation

21. Exploration

22. Szydlik

23. Coach

به معنای همان نقشی که مربی در یک تیم ورزشی دارد.

24. Applet

منبع اصلی ترجمه شده

Knisley, J. (2006). A New Four-Stage Model of Mathematical Teaching & Learning.

علاقه‌مندان می‌توانند از طریق آدرس‌های زیر، با نویسنده و مترجم این مقاله ارتباط برقرار کنند.

نویسنده: knisleyi @ etsu.edu
مترجم: Jovshan@ gmail.com

منابع

Bloom, B.S.(1956). Taxonomy of Educational Objectives. David McKay Company. New York.

Buriak, Philip, Brian McNurlen, and Joe Harper. (1995). System Model for Learning. In the Proceedings of the ASEE/IEEE Frontiers in Education Conference 2a.

Dunn, R.S., and Dunn, K.J. (1993). Teaching Secondary Students Through Their Individual Learning Styles: Practical Approaches for Grades 7-12. Allyn & Bacon.

Evans, N J., Deanna S.F., and Florence Guido-DiBrito. (1998). Student Development in College: Theory, Research, and Practice. Jossey-Bass..

Eyring, J. D. Johnson, D.S. and Francis. D.F. (1993). A Cross-Level Units of Analysis Approach to Individual Differences in Skill Acquistion. *Journal of Applied Psychology* 78(5), 805-814.

Felder, R. M. (1996). Matters of Style. *ASEE Prism* 6(4), 18-23.

Felder,. M., Woods, D.R., and Stice, J.E., and Rugarcia. A. The Future of Engineering Education: II. Teaching Methods that Work. *Chem. Engr. Education*. 34(1) 26-39.

Lee, Frank J., Anderson, J.R., and Matessa, M.P.(1995). Components of Dynamic Skill Acquisition. *In Proceedings of the Seventeenth Annual Conference of the Cognitive Science Society*, 506-511.

Pearl, J. (1984). Heuristics: *Intelligent Search Strategies for Computer Problem-Solving*. Addison-Wesley, Reading, MA.

Szydlik, J. E(2000). Mathematical Beliefs and Conceptual Understanding of the Limit of a Function. *Journal for Research in Mathematics Education* 31(3), 258-276.