

نمونه سوال : پایان ترم آمار و احتمال 2

استاد : عباس نژاد

دانشگاه : فردوسی مشهد

دانشکده : علوم ریاضی

رشته : ریاضی

تاریخ برگزاری : 26/10/87

سؤال 1 - به نمونه هایی از دختران 6 و 7 ساله آزمون استعداد تحصیلی داده شده و نتایج به صورت زیر خلاصه شده اند.

$$\begin{array}{l} \text{ساله 7} \quad | \quad n_1 = 16 \quad \bar{x}_1 = 44 \quad S_1 = 13 \\ \hline \text{ساله 6} \quad | \quad n_2 = 13 \quad \bar{x}_2 = 27.5 \quad S_2 = 10 \end{array}$$

با فرض نرمال بودن داده ها :

الف (یک فاصله اطمینان 95% برای نسبت واریانس های این دو گروه بسازید.

ب) در سطح 0.05 این ادعا را آزمون کنید که میانگین نمرات دختران 7 ساله از پسران 6 ساله بیشتر است.

سؤال 2 - متوسط میزان نیکوتین در هر سیگار برای نوع مشخص روی جلد 0.6 میلی گرم ذکر شده است. یک واحد تحقیقاتی دولتی نمونه ای تصادفی مرکب از 100 عدد از این نوع سیگارها را مورد تجزیه قرار داده و در می یابد که میانگین و انحراف معیار نمونه به ترتیب عبارتند از 0.63 و 0.11 میلی گرم.

الف (یک فاصله اطمینان 99% برای متوسط واقعی میزان نیکوتین این نوع سیگار بسازید.

ب) با فرض اینکه نمونه بالا یک نمونه اولیه باشد، اگر بخواهیم کران خطای حاصل از برآورد میانگین حداکثر 0.005 میلی گرم باشد، در سطح 0.99 درصد، حجم نمونه لازم را به دست آورید.

سؤال 3 - در تحقیقی که روی 200 نفر انجام شد به نیمی از آن ها آسپرین و به نیمی دیگر داروی بی اثر داده شد. در بین آن ها که آسپرین مصرف کردند 10 نفر و در بقیه 15 نفر به حمله های قلبی دچار شدند. در سطح 0.1 آیا دلیلی وجود دارد که گروهی که آسپرین مصرف کرده اند دارای میزان حمله قلبی کمتری هستند؟ p مقدار را نیز برای این آزمون محاسبه کنید.

سؤال 4 - فرض کنید که بخواهیم از نمونه ای تصادفی مرکب از جامعه ای نرمال با واریانس معلوم σ^2 برای آزمون فرضیه $H_0 : \mu = \mu_0$ در مقابل $H_1 : \mu = \mu_1 (> \mu_0)$ که در آن احتمال های خطای نوع

اول و دوم مقادیر از پیش تعیین شده α و β هستند، استفاده کنیم. نشان دهید که اندازه نمونه مورد نیاز عبارت است از :

$$n = \sigma^2 (z_\alpha + z_\beta)^2 / (\mu_1 - \mu_2)^2$$

سؤال 5- نظر کارکنان یک مؤسسه در مورد برنامه مورد پرسش قرار گرفته است که نتایج به شرح جدول مقابل است. آیا رابطه ای بین نوع شغل کارمند و نوع برنامه درخواستی وجود دارد؟

$$(\alpha = 0.05)$$

برنامه شغل	الف	ب	ج
اداری	۱۳	۹	۲۰
تخصصی	۵۰	۳۹	۱۹
خدماتی	۵۷	۵۲	۴۱

سؤال 6- در جدول زیر متغیر مستقل عبارت است از نیروی کشش به یک میله فولادی و متغیر وابسته افزایش طول میله است.

X	۱	۲	۳	۴	۵
y	۲	۴	۵	۶	۸

(الف) معادله رگرسیون y بر x را بنویسید.

(ب) یک فاصله اطمینان 99% برای ضریب خط رگرسیون (β) به دست آورید.

سؤال 7- یک مشاهده تک از یک متغیر تصادفی که دارای توزیع غایبی است برای آزمون این فرضیه به

کار می رود که میانگین توزیع $\theta = 2$ در برابر فرضیه مقابل $\theta = 5$ است. اگر فرضیه صفر را فقط و فقط وقتی بپذیریم که مقدار مشاهده شده متغیر تصادفی کمتر از 3 است، احتمال های خطای نوع اول و دوم را پیدا کنید.

مقادیر مورد نیاز از جدول

$$t_{3,0.005} = 5.841 \quad t_{27,0.005} = 1.703 \quad t_{4,0.005} = 4.604 \quad t_{4,0.05} = 2.132$$

$$\chi_{9,0.005}^2 = 16.9 \quad \chi_{4,0.005}^2 = 9.49 \quad \chi_{2,0.005}^2 = 5.99 \quad t_{18,0.05} = 1.701$$

$$Z_{0.005} = 1.64 \quad Z_{0.05} = 2.58 \quad Z_{0.1} = 1.28 \quad F_{12,15,0.005} = 2.48 \quad F_{15,12,0.005} = 2.62$$

$$P(z < -1.3) = 0.0968 \quad P(z < 2.1) = 0.98 \quad P(z < -1.09) = 0.14$$