

## سئوالات امتحانی ریاضی 1 دانشگاه پیام نور

مساله 1:

با فرض آنکه  $a$  و  $b$  اعداد مثبتی می باشند مطلوبست محاسبه

$$I = \int_0^{\infty} \frac{\arctan ax - \arctan bx}{x} dx$$

مساله 2:

تابع با ضابطه  $f(x) = \sin \frac{1}{x}$   $x \neq 0$  مفروض است ثابت کنید این تابع در نقطه صفر حد ندارد.

مساله 3:

مقادیر زیر را در صورت وجود به دست آورید:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \Lambda + \frac{1}{n+n} \right) \quad (\text{ب}) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\left( \int_0^x e^{-x^2} dx \right)^2}{\int_0^x e^{2x^2} dx} \quad (\text{الف})$$

مساله 4:

ریشه های معادله  $z^5 - z^4 + z^3 - z^2 + z = 0$  را بیابید.

مساله 5:

با استفاده از تعریف مشتق ثابت کنید مشتق تابع  $y = \ln x$   $(x > 0)$  برابر

$$\frac{1}{x} \text{ است. (فرض کنید که } \lim_{x \rightarrow 0} (1+kx)^{\frac{1}{x}} = e^k \text{)}$$

مساله 6:

صورت قضیه لاگرانژ (قضیه مقدار میانگین) را بنویسید و با استفاده از آن نشان دهید که:

$$\frac{x}{1+x} < \ln(1+x) < x \quad x > 0$$

مساله 7:

انتگرالهای زیر را حساب کنید:

$$\int \frac{\cosh x + \sinh x}{\cosh x - \sinh x} dx \quad (\text{ب}) \quad \int x^2 \arctan x dx \quad (\text{الف})$$

مساله 8:

با استفاده از تعریف حد ثابت کنید که:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x+1}{\sqrt{x^2+1}} = 1$$

مساله 9:

با استفاده از قضیه مقدار میانگین برای انتگرالها ثابت کنید که:

$$\forall x \geq 0, \quad e^x \geq 1+x$$

مساله 10:

فرض کنید  $f$  و  $g$  توابعی باشند که  $f'(x) = \frac{1}{x}$  و  $f(g(x)) = x$  ثابت کنید که اگر  $g'(x)$  وجود داشته باشد آنگاه:

$$g'(x) = g(x) \quad (\forall x \quad g(x) \neq 0)$$

مساله 11:

سطح زیر نمودار  $y = x \sin^{-1} x$  را در فاصله  $\left[0, \frac{1}{2}\right]$  به دست آورید.

مساله 12:

با استفاده از تعریف حد ثابت کنید که:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+1}{x^2+x} = 1$$

مساله 13:

فرض کنید توابع  $f$  و  $g$  روی  $R$  مشتق پذیرند و  $g(x) = x f(x) + 1$  ،  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$  و  $g(a+b) = g(a)g(b)$  ثابت کنید:

$$g'(x) = g(x)$$

مساله 14:

اکستریم های مطلق و نسبی تابع  $f(x) = \tan^{-1} x - \frac{1}{2} \ln x$  را در فاصله  $\left[\frac{1}{\sqrt{3}}, \sqrt{3}\right]$  بدست آورید.

مساله 15:

با استفاده از قضیه مقدار میانگین برای انتگرالها نشان دهید:

$$0 \leq \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{2 + \cos x} dx \leq \frac{\pi}{4}$$

مساله 16:

مطلوبست محاسبه سطح زیر منحنی  $y = x \ln(x+1)$  در فاصله  $[0,1]$ .

مسئله 17:

مساحت ناحیه محدود به منحنی  $y = \frac{1}{\sqrt{5-4x-x^2}}$ ، محور  $x$  ها و خطوط  $x = -\frac{1}{2}$

و  $x = -\frac{7}{2}$  را محاسبه کنید.

مسئله 18:

حجم جسمی را به دست آورید که از دوران ناحیه محدود به سهمی  $y = 1 + x^2$  و خط  $y = 3 + x$  حول محور  $x$  ها حاصل می شود.

مسئله 19:

انتگرال نامعین  $\int x^3 \sqrt{x^2 - 1} dx$  را محاسبه کنید.