

۲. فرمول مساحت رویه  $S$  نمودار تابع  $f: D \rightarrow R^3$  کدام است؟

ب  $\int_D |dx dy|$

الف  $\int_D |f(x, y) dx dy|$

د  $\int_D \sqrt{\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\right)^2 + 1} dx dy$

ج  $\int_D \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + 1} dx dy$

سوالات تشریحی:

۱. معادله دایره انحناى خم  $y = e^x$  را در نقطه (۰، ۱) بدست آورید.

۲. نمودار تابع  $x = y^2 + z^2$  را رسم کنید.

۳. الف. اگر تابع  $f$  دارای مشتقات جزئی پیوسته باشد و  $w = f(u, v)$  ،  $u = (x + y)$  ،  $v = x - y$  نشان دهید

$$\frac{\partial w}{\partial x} \cdot \frac{\partial w}{\partial y} = \left(\frac{\partial f}{\partial u}\right)^2 - \left(\frac{\partial f}{\partial v}\right)^2$$

ب. کوتاهترین فاصله مبدأ را از رویه  $x^2 - z^2 - 1 = 0$  بدست آورید.

۴. اگر  $D$  ناحیه بین دو دایره  $x^2 + y^2 = 1$  ،  $x^2 + y^2 = 4$  در نیم صفحه بالا باشد مطلوبت محاسبه .

$$\iint_D \ln(x^2 + y^2) dy dx$$

۵. تابع پتانسیل میدان زیر را محاسبه کنید.

$$f(x, y, z) = (y^2 z^3 + \cos x)\vec{i} + (xyz^3 - e^{-y})\vec{j} + (3xy^2 z^2 - 1)\vec{k}$$

گروه آموزشی مهندس فضلی  
تدریس خصوصی دروس دانشگاهی  
کنکور ارشد - کنکور کاردانی به کارشناسی  
۰۹۱۲-۳۵۷۱۲۰۴  
www.pasokh.org

۱۹. حاصل  $\int_C (\sin^2 x + e^{2x}) dx + (\cos^2 y - e^y) dy$  وقتی معادله  $C$  به صورت  $x^2 + y^2 = 16$  باشد کدام است؟

- الف -۱      ب. صفر      ج. ۱      د. ۲
- الف  $\bar{i}$       ب.  $\bar{o}$       ج.  $\bar{j}$       د.  $\bar{k}$

مسئلات تشریحی

۱. خط  $L$  و صفحه  $\pi$  را در نظر بگیرید:

$$L: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-5}{3}$$

$$\pi: 2x + 4y + z - 26 = 0$$

- الف. آیا خط  $L$  و صفحه  $\pi$  متقاطع هستند؟  
 ب. زاویه بین آنها را بیابید.

۲. اگر بردار مکان یک ذره متحرک به صورت  $\vec{R}(t) = \cos t(\bar{i} - \bar{j}) + \sin t(\bar{i} + \bar{j}) + \frac{1}{2}t\bar{k}$  باشد مطلوب است:

- الف. بردار سرعت و مقدار سرعت در لحظه  $t$   
 ب. بردار شتاب و مقدار شتاب  
 ج. بردار واحد مماس  
 د. انحنای مسیر

۳. فرض کنید  $z = f\left(\frac{xy}{x^2 + y^2}\right)$  ثابت کنید  $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 0$

۴. نقطه بحرانی و نوع آن را برای تابع  $f(x, y) = x^2 + 2y^2 - 6x + 8y - 1$  تعیین کنید

۵. اگر  $W$  ناحیه محصور به صفحات مختصات و صفحه  $x + y + z = 1$  باشد حجم آن را محاسبه کنید.

گروه آموزشی مهندس فضلی  
 تدریس خصوصی دروس دانشگاهی  
 کنکور ارشد - کنکور کارشناسی به کارشناسی  
 ۰۹۱۲-۳۵۷۱۲۰۴  
 www.pasokh.org

۱. الف. مقدار تقریبی عدد  $(1/0.3)(0/99)(0/98)$  را بدست آورید.

ب. مشتق سویی تابع  $f(x, y) = x^2 + xy^2 + 2y$  را در نقطه  $(x, y)$  و در سوی  $U = \cos \frac{\pi}{4} \vec{i} + \sin \frac{\pi}{4} \vec{j}$

به کمک تعریف مشتق سویی بدست آورید.

۲. حجم جسم محصور به کره  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$  و سهمی گون  $x^2 + y^2 = 3z$  که در داخل سهمی گون واقع است. در سیستم استوانه‌ای بدست آورید.

۳. مساحت ناحیه حاصل از برخورد صفحه  $x + y + z = 1$  و استوانه بیضوی  $x^2 + 2y = 1$  را بدست آورید.

۴. صحت قضیه استوکس را برای میدان برداری  $F(x, y, z) = -2z\vec{i} + 3x\vec{j} + 4y\vec{k}$  برای رویه  $S$  به معادله  $z = 1 - x^2 - y^2$  ،  $z \geq 0$  بررسی کنید.

۵. برداریکه مماس، بردار قائم اصلی، انحناء و مولفه‌های مماسی و قائم شتاب را برای خم  $f(t) = t\vec{i} + \frac{1}{2}t^2\vec{j} + \frac{1}{3}t^3\vec{k}$  در  $t = 1$  بدست آورید.

**گروه آموزشی مهندسی فضلی**  
 دانشگاه  
 کنکور آرتند - کنکور کاردانی به کارشناسی  
 ۰۹۱۲-۳۵۷۱۲۰۴  
[www.pasokh.org](http://www.pasokh.org)

**گروه آموزشی مهندسی فضلی**  
 تدریس خصوصی دروس دانشگاهی  
 کنکور آرتند - کنکور کاردانی به کارشناسی  
 ۰۹۱۲-۳۵۷۱۲۰۴  
[www.pasokh.org](http://www.pasokh.org)

۱۶. مشتق تابع  $f(x) = (e^{1-x^2}, \ln x, 1-x^2)$  در نقطه  $x = \frac{1}{2}$  کدام است؟

- الف.  $(e^{\frac{1}{4}}, \frac{1}{2}, -1)$  ب.  $(-e^{\frac{1}{4}}, \frac{1}{2}, +1)$  ج.  $(-e^{\frac{1}{4}}, \frac{1}{2}, -1)$  د.  $(e^{\frac{1}{4}}, \frac{1}{2}, 1)$

۱۷. معادله استوانه که معادلات هادی آن  $C \begin{cases} y = 4x^2 \\ z = 0 \end{cases}$  و مولد آن موازی خط  $x = y = z$  باشد کدام است؟

- الف.  $4x^2 + 4z^2 + z - y = 0$  ب.  $4x^2 + 4z^2 + z = 0$   
 ج.  $4x^2 + 4z^2 - 8xz + z = 0$  د.  $4x^2 + 4z^2 - 8xz + z - y = 0$

۱۸. مختصات استوانه‌ای نقطه  $(-1, \sqrt{3}, 2)$  کدام نقطه است؟

- الف.  $(2, \pi, 2)$  ب.  $(2, 2, \frac{\pi}{3})$  ج.  $(2, \frac{5\pi}{6}, 2)$  د.  $(2, 4, \frac{\pi}{3})$

۱۹. معادله  $\rho = 6 \sin \phi \sin \theta + 3 \cos \phi$  در دستگاه کروی کدام است؟

- الف. کره  $x^2 + (y-3)^2 + z^2 = \frac{45}{4}$  ب.  $x^2 + (y-3)^2 + (z-\frac{3}{2})^2 = \frac{45}{4}$   
 ج.  $y^2 + x^2 + (z-3)^2 = \frac{45}{4}$  د.  $y^2 + z^2 + (x-3)^2 = \frac{45}{4}$

۲۰. بردار یک مماس بر منحنی  $\vec{r}(t) = a(\cos t + \sin t)\vec{i} + a(\sin t - t \cos t)\vec{j}$  در  $0 \leq t \leq \pi$  کدام است؟

- الف.  $\cos t \vec{i}$  ب.  $\sin t \vec{j}$  ج.  $(\cos t, \sin t)$  د.  $a(\cos t, \sin t)$

### سؤالات تشریحی

۱. ضابطه حرکت یک نقطه مادی عبارت است از:

$$\vec{R}(t) = a \cos t \vec{i} + a \sin t \vec{j} \quad t \geq 0$$

شتاب مؤلفه‌های مماسی و قائم آن را محاسبه کنید.

۲. معادله رویه دوار را که از دوران منحنی  $x^2 = 1 - z^2$  حول محور  $z$ ها پدید می‌آید تعیین کنید.

۳. کوتاهترین فاصله مبدأ مختصات را از رویه  $0 = 1 - x^2 - z^2$  پیدا کنید.

۴. فرض کنید  $w = f(u, v)$  و  $u = x + y$  و  $v = x - y$  ثابت کنید.

$$\frac{\partial w}{\partial x} \cdot \frac{\partial w}{\partial y} = \left(\frac{\partial f}{\partial u}\right)^2 - \left(\frac{\partial f}{\partial v}\right)^2$$

۵. انتگرال‌های زیر را حل کنید.

$$I = \int \int y - x^2 \, dy \, dx$$

$$J = \int \int_D e^{y+x} \, dx \, dy$$

( $D$  ناحیه مثلثی محدود به خط  $x + y = 2$  و محورهای مختصات است.)

**گروه آموزشی مهندسی فضلی**  
 تدریس خصوصی دروس دانشگاهی  
 کنکور ارشد - کنکور کارشناسی به کارشناسی  
 ۰۹۱۲-۳۵۷۱۲۰۴  
[www.pasokh.org](http://www.pasokh.org)

**گروه آموزشی مهندسی فضلی**  
 تدریس خصوصی دروس دانشگاهی  
 کنکور ارشد - کنکور کارشناسی به کارشناسی  
 ۰۹۱۲-۳۵۷۱۲۰۴  
[www.pasokh.org](http://www.pasokh.org)