

بارم سوالات از یک تا پنج: 15, 15, 20, 25, 15

1) نمایش قطبی منحنی $(x^2 + y^2)^2 = \frac{1}{2}(x^2 - y^2)$ را به دست آورید و نمودار آن را رسم کنید. مساحت ممصوم داخل این منحنی مناسبه کنید.

2) الف) منحنی $r(t) = (2t \cos t + 1, 3t \sin t + 2, 4\sqrt{1+t^2})$ مفروض است. این منحنی بر چه رویه ای قرار دارد. آن را تعیین و رسم کنید.

ب) منحنی پارامتری $\lambda(t) = (\cos t, \sin t, t)$ مفروض است. ابتدا معادله پارامتری منحنی را بر حسب طول قوس s از لحظه $t = 0$ تا لحظه دلخواه t بیابید. سپس معادله صفحه بوسان را در نقطه نظیر $t = 0$ به دست آورید.

3) با فرض آنکه a, b, c اعداد ثابتی باشند و z تابعی از x, y باشد و $ax^2 + by^2 + cz^2 = \phi(x^2 + y^2 + z^2)$ حاصل $(cy - bz)\frac{\partial z}{\partial x} + (az - cx)\frac{\partial z}{\partial y}$ را بدست آورید.

4) الف) اگر $x, y, z \neq 0$ باشند، نامعادله زیر را ثابت کنید.

$$\frac{x + y + z}{3} \geq \sqrt[3]{xyz}$$

ب) صفحه ای به صورت $z = Ax + By + C$ باید از نقاط (x_i, y_i, z_i) زیر بگذرد!!!
 $(0, 0, 0), (0, 1, 1), (1, 1, 1), (1, 0, -1)$.

صفحه ای را بیابید که مجموع مربعات انحراف ها، یعنی $\sum_{i=1}^4 (Ax_i + By_i + C - z_i)^2$ را کمینه سازد.

5) تابع f را با ضابطه زیر در نظر بگیرید.

$$f(x, y) = \begin{cases} 1 & ; xy \neq 0 \\ 0 & ; xy = 0 \end{cases}$$

در مورد وجود و یا عدم وجود مقادیر A, B و C بحث کنید.

$$A = \lim_{x \rightarrow 0} \lim_{y \rightarrow 0} f(x, y), \quad B = \lim_{y \rightarrow 0} \lim_{x \rightarrow 0} f(x, y), \quad C = \lim_{(x, y) \rightarrow (0, 0)} f(x, y)$$

موفق باشید