

۱۷. انتگرال سؤال ۱۶ پس از تغییر ترتیب انتگرال گیری برابر است با:

الف.  $\int_0^1 \int_{\sqrt{y}}^1 xy \, dx \, dy$   
 ب.  $\int_0^1 \int_{x^2}^1 xy \, dx \, dy$   
 ج.  $\int_0^1 \int_0^1 xy \, dx \, dy$   
 د.  $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{y}} xy \, dx \, dy$

۱۸. اگر  $\vec{V} = x^3 \vec{i} + y^2 \vec{j} + z \vec{k}$  و اگرایی (divergence)  $\vec{V}$  در  $(1, 1, 1)$  برابر است با:

- الف. ۳  
 ب. ۶  
 ج. ۲  
 د. ۰

۱۹. حاصل  $\int_c (\sin^2 x + e^{2x}) dx + (\cos^2 y - e^y) dy$  وقتی معادله  $c$  به صورت  $x^2 + y^2 = 16$  باشد کدام است؟

- الف. -۱  
 ب. صفر  
 ج. ۱  
 د. ۲
۲۰. تابع  $\vec{R} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$  را در نظر بگیرید  $\text{curl} \vec{R}$  برابر است با:
- الف.  $\vec{i}$   
 ب.  $\vec{0}$   
 ج.  $\vec{j}$   
 د.  $\vec{k}$

سؤالات تشریحی

۱. خط  $L$  و صفحه  $\pi$  در نظر بگیرید:

$L: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-5}{3}$   
 $\pi: 2x + 4y + z - 26 = 0$

- الف. آیا خط  $L$  و صفحه  $\pi$  متقاطع هستند؟  
 ب. زاویه بین آنها را بیابید.

۲. اگر بردار مکان یک ذره متحرک به صورت  $\vec{R}(t) = \cos t(\vec{i} - \vec{j}) + \sin t(\vec{i} + \vec{j}) + \frac{1}{t} \vec{k}$  باشد مطلوب است:

- الف. بردار سرعت و مقدار سرعت در لحظه  $t$   
 ب. بردار شتاب و مقدار شتاب  
 ج. بردار واحد مماس  
 د. انحناء مسیر

۳. فرض کنید  $z = f\left(\frac{xy}{x^2 + y^2}\right)$  ثابت کنید  $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ .

۴. نقطه بحرانی و نوع آن را برای تابع  $f(x, y) = x^2 + 2y^2 - 6x + 8y - 1$  تعیین کنید.

۵. اگر  $W$  ناحیه محصور به صفحات مختصات و صفحه  $x + y + z = 1$  باشد حجم آن را محاسبه کنید.

۱. مقدار  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{n}\right)^n$  کدام است؟

- الف.  $e^{-5}$   
 ب.  $e^5$   
 ج.  $e^2$   
 د.  $e^{-2}$

۲. حاصل سری  $\sum_{n=1}^{\infty} (3^{-n} + 5^{-n})$  کدام است؟

- الف.  $\frac{2}{3}$   
 ب.  $\frac{4}{3}$   
 ج.  $\frac{3}{4}$   
 د.  $\frac{3}{2}$

۳. حاصل  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n}{n^2}$  کدام است؟

- الف. صفر  
 ب. ۱  
 ج. ۲  
 د.  $+\infty$

۴. شعاع همگرایی سری توانی  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$  برابر است با:

- الف.  $\frac{1}{2}$   
 ب. ۲  
 ج.  $\frac{3}{2}$   
 د. ۱

۵. اگر  $\vec{v} = (2, 1, -2)$  و  $\vec{w} = (3, 0, 1)$  آنگاه حاصلضرب برداری  $\vec{v}$  در  $\vec{w}$  برابر است با:

- الف.  $(-1, 8, 3)$   
 ب.  $(\frac{1}{2}, -4, -\frac{3}{2})$   
 ج.  $(1, -8, -3)$   
 د.  $(-\frac{1}{2}, 4, \frac{3}{2})$

۶. فاصله بین دو صفحه به معادله های  $2x - 3y + 5z + 9 = 0$  و  $2x - 3y + 5z + 6 = 0$  کدام است؟

- الف.  $\frac{3}{\sqrt{38}}$   
 ب.  $\frac{3}{\sqrt{28}}$   
 ج.  $\frac{15}{\sqrt{38}}$   
 د.  $\frac{15}{\sqrt{28}}$

۷. معادله صفحه قائم بر خم  $f(t) = t\vec{i} + t^2\vec{j} + t^3\vec{k}$  در نقطه  $(1, 1, 1)$  کدام است؟

- الف.  $x + 2y + 3z = 6$   
 ب.  $x - 2y + 3z = 6$   
 ج.  $-x + y + 3z = 6$   
 د.  $-x - 2y + 3z = 6$

۸. نمودار معادله  $x^2 + y^2 = z^2$  در فضا کدام است؟

- الف. مخروط  
 ب. سهمی وار بیضوی  
 ج. هذلولی وار یک پارچه  
 د. هذلولی وار دو پارچه

۹. مکان هندسی نقاط ناپیوستگی تابع  $f(x, y) = \frac{x-y}{xy-1}$  کدام است؟

- الف. دایره  
 ب. هذلولی  
 ج. خط راست  
 د. نیمساز ربع اول

۱۰. فرض کنید  $f(x, y, z) = x^2 e^{y+z}$  حاصل  $\frac{\partial z}{\partial y}$  کدام است؟

- الف.  $2x$   
 ب.  $2xe^{y+z}$   
 ج.  $x^2 e^{y+z}$   
 د.  $x^2 e^z$

۱۱. معادله صفحه مماس بر رویه  $z = x^2 + y^2$  در نقطه  $(1, 0, 1)$  کدام است؟

- الف.  $2x - y - z = 1$   
 ب.  $2x - y + z = -1$   
 ج.  $2x = 1$   
 د.  $2x - z = 1$

۱۲. مشتق جهتی تابع  $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z$  در نقطه  $(1, 0, 0)$  و در جهت گرادیان تابع  $f$  چقدر است؟

- الف. ۱  
 ب. ۲  
 ج. ۳  
 د. صفر

۱۳. حد تابع  $f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$  وقتی  $(x, y) \rightarrow (0, 0)$  در کدام گزینه صدق می کند؟

- الف. حد برابر ۱ است.  
 ب. حد برابر صفر است.  
 ج. حد برابر ۱ است.  
 د. حد وجود ندارد.

۱۴. اگر  $f(x, y) = e^{xy} + \cos xy$  حاصل  $\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y}$  در نقطه  $(1, 0)$  کدام است؟

- الف.  $e$   
 ب.  $2e$   
 ج. ۱  
 د. ۲

۱۵. می نیم موضعی نسبی تابع  $f(x, y) = 3x^2 + y^2 - 9x + 4y$  کدام است؟

- الف. -۸  
 ب. -۱۰  
 ج. -۱۲  
 د. -۱۴

۱۶.  $\int_0^1 \int_0^x xy \, dy \, dx$  برابر است با:

- الف.  $\frac{1}{8}$   
 ب.  $\frac{1}{12}$   
 ج.  $\frac{1}{24}$   
 د.  $\frac{1}{30}$