

۱۵. جواب عمومی دستگاه  $\begin{cases} (2D-1)x_1 + (D-4)x_2 = 1 \\ Dx_1 - Dx_2 = t-1 \end{cases}$  شامل چند ثابت اختیاری است؟

- الف. ۲      ب. ۳      ج. ۱      د. این دستگاه اصلاً جواب ندارد.

۱۶. تعداد جوابهای دستگاه  $\begin{cases} x_1' - x_2' = t \\ x_1' - x_2' = t^2 \end{cases}$  کدام است؟

- الف. یک جواب      ب. دو جواب      ج. بی‌نهایت جواب      د. جواب ندارد.

۱۷. حاصل  $L[t^2 \cos t]$  کدام است؟

- الف.  $\frac{1-s^2}{(s^2+1)^2}$       ب.  $\frac{2s^3-6s}{(s^2+1)^3}$       ج.  $\frac{s^2-1}{(s^2+1)^2}$       د.  $\frac{2s^3-2s}{(s^2+1)^3}$

۱۸. تبدیل معکوس تابع  $F(s) = \frac{1}{s^2(s^2+1)}$  کدام است؟

- الف.  $t - \sin t$       ب.  $-t \cos t + t$       ج.  $t - \cos t$       د.  $-t \sin t + t$

۱۹. تبدیل معکوس تابع  $F(s) = \frac{3s}{s^2+4s+5}$  کدام است؟

- الف.  $3e^{2t} \cos t - 6e^{2t} \sin t$       ب.  $3e^{2t} \cos t + 6e^{2t} \sin t$       ج.  $3e^{-2t} \cos t - 6e^{-2t} \sin t$       د.  $3e^{-2t} \cos t + 6e^{-2t} \sin t$

۲۰. حاصل  $\int_0^{\infty} \frac{\sin \sqrt{t}}{t} dt$  کدام است؟

- الف.  $\frac{\pi}{2}$       ب.  $\pi$       ج.  $2\pi$       د.  $\frac{\pi}{\sqrt{2}}$

سوالات تشریحی

۱. معادله دیفرانسیل  $x' = \frac{x+3y-5}{x-y-1}$  را حل کنید.

۲. تابع  $y = e^x$  جوابی از معادله دیفرانسیل خطی  $xy'' + 2(1-x)y' + (x-2)y = 0$  است. جواب عمومی این معادله را پیدا کنید.

۳. معادله دیفرانسیل  $x^2y'' + 2xy' - xy = 0$  را در نزدیکی نقطه منفرد منظم  $x_0 = 0$  حل کنید.

۴. در دستگاه  $\begin{cases} (D+1)x_1 + (D+1)x_2 = 1 \\ D^2x_1 - Dx_2 = t-1 \end{cases}$  را بدست آورید.

۵. با استفاده از تبدیلات لاپلاس مسئله با مقدار اولیه زیر را حل کنید:

$x''(t) - 2x'(t) = 4e^t$   
 $x(0) = 1, \quad x'(0) = 3$

۱. کدامیک از معادلات دیفرانسیل زیر از مرتبه ۳ است؟

الف.  $y'' + (y')^3 + xy^3 = 1$

ج.  $(y(5))''' - 2y'y'' = y$

۲. کدامیک از معادلات دیفرانسیل زیر خطی است؟

الف.  $xy'' + \sin y' = y$

ج.  $x \sin 2x + e^y + y' = 0$

۳. کدامیک از معادلات دیفرانسیل زیر جدا شدنی نیست؟

الف.  $y' = \frac{1+y^2}{1+x^2}$

ج.  $3xy^2y' = 4y^3 - x^2$

ب.  $\sin(y''') + e^x y' = 0$

د.  $x(y')^3 + y(y'')^2 = \sin xy$

ب.  $x''y''' + \sqrt{y''} = 2x$

د.  $y^{(4)} + xy' = 0$

ب.  $y' = e^x(1-y^2)^{\frac{1}{2}}$

د.  $(\cos^2 x)y' = y^2(y-1)\sin x$

۴. نوع معادله دیفرانسیل  $xy' = y + 2xe^{-y/x}$  کدام است؟

- الف. خطی مرتبه اول      ب. همگن      ج. کامل      د. برنولی

۵. مسیرهای متعامد بر خانواده دایری به معادله  $x^2 + y^2 = r^2$  کدام است؟

- الف.  $y = k \ln x$       ب.  $y = \frac{k}{x}$       ج.  $y = kx$       د.  $y = ke^x$

۶. تابع  $y = x - e^{3x}$  جواب کدام معادله دیفرانسیل زیر است؟

- الف.  $y'' - 3y' = 0$       ب.  $y''' + 3y'' = 0$       ج.  $y'' + 3y' = 0$       د.  $y''' - 3y'' = 0$

۷. فرم جواب خصوص (آزمایشی) معادله دیفرانسیل  $y'' - 3y' + 2y = 2x^2 + 4e^{3x}$  کدام است؟

الف.  $x^2(A_0 + A_1x + A_2x^2) + x^3A_3e^{3x}$

ب.  $A_0x^2 + A_1e^{3x}$

ج.  $A_0 + A_1x + A_2x^2 + A_3e^{3x}$

د.  $A_0 + A_1x + A_2x^2 + A_3e^{3x}$

۸. جواب عمومی معادله دیفرانسیل  $x^2y'' - xy' + 5y = 0$  کدام است؟

الف.  $c_1x \cos 2 \ln x + c_2x \sin 2 \ln x$       ب.  $c_1x^2 \cos \ln x + c_2x^2 \sin \ln x$

ج.  $c_1e^x \cos 2x + c_2e^x \sin 2x$       د.  $c_1e^{2x} \cos x + c_2e^{2x} \sin x$

۹. در چه صورت  $y = xe^{\alpha x}$  یک جواب معادله دیفرانسیل خطی با ضرایب ثابت  $py' + qy = 0$  است؟

الف. در صورتی که  $\alpha$  یک ریشه مختلط معادله  $r^2 + pr + q = 0$  باشد.

ب. در صورتی که  $\alpha$  یک ریشه مضاعف معادله  $r^2 + pr + q = 0$  باشد.

ج. در صورتی که  $\alpha$  ریشه‌ای از معادله  $r^2 + pr + q = 0$  نباشد.

د. در صورتی که  $\alpha$  یک ریشه ساده معادله  $r^2 + pr + q = 0$  باشد.

۱۰. در مسئله با مقدار اولیه  $y(0) = 1, y'(0) = 1$  مقدار  $y''(0)$  کدام است؟

- الف. ۱      ب. ۲      ج. ۳      د. -۱

۱۱. فاصله همگرایی سری توان  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{2^n} (2x+4)^n$  کدام است؟

- الف.  $(1, 3)$       ب.  $(-\frac{5}{2}, -\frac{3}{2})$       ج.  $(-3, -1)$       د.  $R$

۱۲. در معادله دیفرانسیل  $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$  با تغییر متغیر  $x = \frac{1}{t}$  به کدام معادله می‌رسیم؟

الف.  $y'' + \left(\frac{2}{t} - \frac{1}{t^2}p\left(\frac{1}{t}\right)\right)y' + \frac{1}{t^2}q\left(\frac{1}{t}\right)y = 0$

ب.  $y'' + \left(\frac{2}{t} + \frac{1}{t^2}p\left(\frac{1}{t}\right)\right)y' + \frac{1}{t^2}q\left(\frac{1}{t}\right)y = 0$

ج.  $y'' + \left(\frac{2}{t} - \frac{1}{t^2}p\left(\frac{1}{t}\right)\right)y' + \frac{1}{t^2}q\left(\frac{1}{t}\right)y = 0$

د.  $y'' + \left(\frac{2}{t} + \frac{1}{t^2}p\left(\frac{1}{t}\right)\right)y' + \frac{1}{t^2}q\left(\frac{1}{t}\right)y = 0$

۱۳. نقاط منفرد منظم معادله دیفرانسیل  $x(x^2-1)y'' - y = 0$  کدام است؟

الف.  $x = 0, 1, -1$       ب. تنها  $x = 1, -1$

ج. تنها  $x = 0$       د. این معادله نقطه منفرد منظم ندارد.

۱۴. ریشه‌های معادله شاخص، معادله دیفرانسیل  $(1-2x)y'' + 3xy' + (1-2x)y = 0$  کدام است؟

الف.  $s_1 = 1, s_2 = -1$       ب.  $s_1 = s_2 = -1$

ج.  $s_1 = 0, s_2 = 1$       د.  $s_1 = s_2 = 1$