

بسم الله الرحمن الرحيم
اللهم صل على محمد و آل محمد



WWW.EGZA.TK

نام درس: معادلات دیفرانسیل بامشتقات جزئی

تعداد سؤالات: نسی ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

زمان امتحان: تئوری و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۲۳۱۲۳۰ تاریخ: ۸۶/۳/۲۰ شروع: ۱۰/۳۰

تعداد کل صفحات: ۲

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست:

۱. فرض کنید P_n و n امین چندجمله‌ای لژاندر باشد. گزینه نادرست کدام است؟

الف. $P_n(-1) = 1$ ب. $P_n(1) = 1$ ج. $P_{11}(1) = 1$ د. $P_5(-1) = -1$

۲. چند جمله‌ای‌های لژاندر دسته خاصی از چندجمله‌ای‌های ژاکوبی به ازای کدام تابع وزن روی بازه $(-1, 1)$ هستند.

الف. $\omega(x) = x$ ب. $\omega(x) = 1$ ج. $\omega(x) = (1-x^2)^{-\frac{1}{2}}$ د. $\omega(x) = (1-x^2)^{\frac{1}{2}}$

۳. کدامیک از چندجمله‌ای‌های زیر نسبت به تابع وزن $\omega(x) = (1-x^2)^{\frac{1}{2}}$ روی بازه $(-1, 1)$ متعامدند.

الف. چیشف نوع اول ب. چیشف نوع دوم ج. لژاندر د. لاگر

۴. اگر $\{S_n\}_{n=0}^{\infty}$ چند جمله‌ای‌های چیشف نوع دوم باشند آنگاه $\|S_n\|$ $n = 1, 2, \dots$ کدام است.

الف. $\frac{\pi}{2}$ ب. $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$ ج. $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$ د. π

۵. ضریب فوریه در سری فوریه تابع f نسبت به مجموعه متعامد $\{\phi_n\}_{n=1}^{\infty}$ کدام است؟

الف. (f, ϕ_k) ب. $\frac{(f, \phi_k)}{\|\phi_k\|}$

ج. $\frac{(f, \phi_k)}{\|\phi_k\|^2}$ د. $\|\phi_k\|$

۶. نقطه $x = 2$ برای معادله دیفرانسیل $2(x-2)^2 xy'' + 3xy' + (x-2)y = 0$

الف. یک نقطه منفرد منظم است ب. یک نقطه منفرد نامنظم است

ج. یک نقطه منفرد نیست د. یک نقطه نامنفرد است

۷. کدام گزینه در مورد معادله $y'' + \lambda y = 0$ نادرست است.الف. $\lambda = 0$ برای این معادله یک مقدار ویژه است.

ب. مقادیر ویژه این معادله همگی مثبت هستند.

ج. این معادله مقدار ویژه صفر ندارد.

د. این معادله مقدار ویژه منفی ندارد.

۸. همه مقادیر ویژه یک مساله خود الحاق:

الف. حقیقی هستند ب. مختلط هستند

ج. بعضی مقادیر حقیقی و بعضی مقادیر مختلط هستند د. یک مساله خود الحاق مقادیر ویژه ندارد.

WWW.EGZATK



نام درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

تعداد سؤالات: فنی ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

زمان امتحان: تئوری و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۲۴۱۲۳۰

WWW.EGZA.TK

تعداد کل صفحات: ۲

۹. تابع دو متغیره F برای مجموعه توابع $\{f_n\}_{n=0}^{\infty}$ یک مولد است هرگاه:

الف. $F(x, t) = \sum f_n(x)t^n$

ب. $F(x, t) = \sum f_n(x)$

ج. $F(x, t) = \sum t^n$

د. $F(x, t) = \sum f_n(x)x^n$

۱۰. فرض کنید f, g به فضای C_p متعلق باشند و داشته باشیم $\|f - g\| = 0$ آنگاه کدام گزینه درست است.

الف. $f = g$

ب. g, f به جز در تعدادی متناهی نقطه متفاوت هستند.

ج. $f \neq g$

د. g, f در تمام نقاط به جز تعداد متناهی نقطه یکسان هستند.

۱۱. معادله $y z_{xx} + (x+y) z_{xy} + xz_{yy} = 0$ روی خط $y = x$

الف. سهموی است ب. بیضوی است ج. هذلولوی است د. شکل مشخصی ندارد.

۱۲. سری فوری تابع $f(x) = 2 \cos^2 x$ $0 < x < 2\pi$ کدام است.

الف. $2 - \cos 2x$

ب. $1 + \cos 2x$

ج. $\cos 2x$

د. $\sin 2x$

۱۳. کدام گزینه در مورد معادله دیفرانسیل $4z_{xx} - 4z_{xy} + 5z_{yy} = 0$ درست است.

الف. برای این معادله منحنی شاخص حقیقی وجود دارد.

ب. این معادله هذلولوی است

ج. $\frac{dy}{dx} = -\frac{1+2i}{2}$ یک معادله شاخص برای این منحنی است

د. هیچکدام

۱۴. کدام گزینه در مورد معادله $\frac{d^r u}{dx^r} = f(x)$ نادرست است.

الف. جواب بدیهی تنها جواب مساله همگن است.

ب. برای معادله همگن وابسته به این معادله جواب غیربدیهی نداریم.

ج. برای معادله همگن وابسته به این معادله جواب غیربدیهی داریم

د. برای این مساله تابع گرین وجود دارد.

۱۵. انتگرال فوری کسینوسی تابع $f(x) = e^{-x}$ ($x > 0$) کدام است.

الف. $\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\cos xt}{1+x^2} dx$

ب. $\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\cos xt}{1+t^2} dt$

ج. $\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\cos xt}{x^2+t^2} dx$

د. $\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{-t} \cos xt}{1+e^{-t}} dt$

نام درس: معادلات دیفرانسیل بامشتقات جزئی

تعداد سؤالات: فنی ۲۰ تکمیلی - تفریحی ۵

رشت تحصیلی: گرایش: ریاضی

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تفریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۲۳۱۲۳۰

WWW.EGZA.TK

تعداد کل صفحات: ۲

$$16. \text{ با فرض آنکه } \int_0^{\infty} \frac{\sin s \cos sx}{s} ds = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & 0 \leq x < 1 \\ \frac{\pi}{4} & x = 1 \\ 0 & x > 1 \end{cases}$$

حاصل $\int_0^{\infty} \frac{\sin ps}{s} ds$ کدام است:

الف. $\frac{\pi}{4}$ ب. $\frac{\pi}{2}$ ج. π د. 2π

17. منحنی های شاخص معادله دیفرانسیل $4z_{xx} - 8z_{xy} + 4z_{yy} = 1$ کدام است؟

الف. $\zeta = x = \eta$ ب. $\zeta = y + x, \eta = x$
 ج. $\zeta = y, \eta = x$ د. $\zeta = y, \eta = -x$

18. جواب مساله با مقدار اولیه $\begin{cases} u'' = 0 & 0 \leq x \leq 1 \\ u(0) + u'(0) = 0 \\ u(1) = 0 \end{cases}$ کدام است:

الف. $u(x) = x - 1$ ب. $u(x) = 2x - 1$ ج. $u(x) = x + 1$ د. $u(x) = 2x + 1$

19. عملگر L یا معادله $LZ = 0$ در نقطه (x, y) سهموی است هر گاه:

الف. $\Delta(x, y) > 0$ ب. $\Delta(x, y) < 0$

ج. $\Delta(x, y) = 0$

د. با علامت مبین نمی توان نوع عملگر را تعیین کرد

20. جواب عمومی معادله همگن $Az_x + Bz_y + Cz = 0$ با شرط $A \neq 0$ کدام است؟

الف. $z = e^{-\frac{C}{A}y} f(Ax - By)$ ب. $z = e^{-\frac{B}{A}y} f(Ax - By)$

ج. $z = e^{-\frac{C}{A}x} f(Ax - By)$ د. $z = e^{-\frac{B}{A}x} f(Bx - Ay)$



نام درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

تعداد سؤالات: نسی ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

زمان امتحان: نسی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۲۳۱۲۳۰

تعداد کل صفحات: ۲

WWW.EGZA.TK

سئوالات تشریحی:

۱. جواب عمومی معادله دیفرانسیل $xyz u_z = xyz u_x + xy u_y + xz u_z = xyz u$ را پیدا کنید.

$$\begin{cases} Ly = -\lambda r(x)y \\ u_1(y) = 0 \\ u_r(y) = 0 \end{cases} \quad \text{۲. فرض کنید } \lambda_1, \lambda_2 \text{ مقادیر ویژه مساله}$$

و توابع y_1, y_2 توابع ویژه متناظر آنها باشند اگر این مساله خود الحاق باشد آنگاه ثابت کنید y_1, y_2 نسبت به تابع وزن r بر بازه $[a, b]$ متعامد هستند

۳. معادله $(1-x^2)z_{xx} - 2xyz_{xy} + (1-y^2)z_{yy} + xz_x + 3x^2y z_y - 2z = 0$ را دسته بندی کنید.

۴. سری فوریه کامل (سینوسی و کسینوسی) تابع متناوب

$$f(x) = \begin{cases} 0 & -\pi \leq x \leq 0 \\ \sin x & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

را پیدا کنید و به کمک آن سری عددی $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1}$ را بدست آورید

۵. جواب هایی از معادله $u_{xy} + 4u_{xx}$ را که به شکل حاصلضرب $u(x, y) = X(x) Y(y)$ باشند را بدست آورید.

