

نام درس: منطق ریاضی

تعداد سوال: نسی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی - علوم کامپیوتر



کد درس: ۲۴۱۳۳۸ - ۲۶۳۳۳۸

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه
تعداد کل صفحات: ۲

• استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

۱. کدام گزینه درست است؟

الف. کاردینال مجموعه اعداد حقیقی $N^{\mathbb{R}}$ است.

ب. کاردینال مجموعه اعداد حقیقی $2^{N^{\mathbb{R}}}$ است.

ج. کاردینال مجموعه اعداد طبیعی $N^{\mathbb{N}}$ است.

د. کاردینال مجموعه اعداد صحیح $2^{N^{\mathbb{Z}}}$ است.

۲. فرض کنید K و λ دو عدد کاردینال باشند بطوریکه $K \leq \lambda$ و λ نامتناهی باشد. در اینصورت:

الف. $K + \lambda = \lambda$ و اگر $K \neq 0$ آنگاه $K \cdot \lambda = K$

ب. $K + \lambda = K$ و اگر $K \neq 0$ آنگاه $K \cdot \lambda = \lambda$

ج. $K + \lambda = \lambda$ و اگر $K \neq 0$ آنگاه $K \cdot \lambda = \lambda$

د. $K + \lambda = K$ و اگر $K \neq 0$ آنگاه $K \cdot \lambda = K$

۳. اگر جمله فارسی «مظنون باید از بازداشت آزاد شود» را به R و جمله فارسی «مدرک بدست آمده پذیرفتنی است» را به E ترجمه کنیم، آنگاه جمله فارسی «یا مدرک به دست آمده پذیرفتنی است، یا مظنون باید از بازداشت آزاد شود ولی نه هر دو» به چه ترجمه می شود؟

الف. $((E \wedge R) \vee (\neg(E \wedge R)))$

ب. $((E \wedge R) \vee (\neg(E \vee R)))$

ج. $((E \vee R) \wedge (\neg(E \wedge R)))$

د. $((E \wedge R) \wedge (\neg(E \vee R)))$

۴. مجموعه S از عبارتها، استقرایی است اگر و تنها اگر

الف. هر نماد جمله‌ای در S باشد.

ب. هرگاه عبارت α در S باشد آنگاه $(\neg\alpha)$ نیز در S باشد.

ج. اگر عبارتهای α و β در S باشد آنگاه $(\neg\alpha)$ ، $(\alpha \wedge \beta)$ ، $(\alpha \vee \beta)$ ، $(\alpha \rightarrow \beta)$ و $(\alpha \leftrightarrow \beta)$ نیز در S باشند.

د. الف و ج

۵. یک عبارت، ف.د.س است اگر و تنها اگر بتواند از نمادهای جمله‌ای با بکارگیری تعداد متناهی از اعمال فرمول‌ساز با معادلات زیر بدست آید.

الف. $\mathcal{E}_{\neg}(\alpha) = (\neg\alpha)$

ب. $\mathcal{E}_{\vee}(\alpha, \beta) = (\alpha \vee \beta)$ و $\mathcal{E}_{\wedge}(\alpha, \beta) = (\alpha \wedge \beta)$

ج. $\mathcal{E}_{\leftrightarrow}(\alpha, \beta) = (\alpha \leftrightarrow \beta)$ ، $\mathcal{E}_{\rightarrow}(\alpha, \beta) = (\alpha \rightarrow \beta)$

د. الف، ب و ج

۶. فرض کنید C مجموعه پدید آمده از B بوسیله توابع متعلق به F باشد. اگر S زیرمجموعه‌ای از C باشد که شامل B بوده و تحت توابع متعلق به F بسته باشد آنگاه:

$B \neq S$

$B = S$

$S \neq C$

الف. $S = C$



نام درس: منطق ریاضی

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی - علوم کامپیوتر

کد درس: ۲۴۱۳۴۸ - ۲۶۳۲۴۸

تعداد سوال: نسی ۲۰ تکمیلی -- تشریحی ۵

زمان امتحان: نسی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۴

۷. کدامیک از مجموعه‌های زیر تمام نیست:

- الف. $\{\downarrow\}$ ب. $\{\neg, \wedge\}$ ج. $\{\wedge, \rightarrow\}$ د. $\{\neg, \vee\}$

۸. قضیه فشردگی: یک مجموعه از ف. د. س. ها ارضا شونده است اگر و تنها اگر

الف. یک زیرمجموعه نامتناهی از آن ارضا شونده باشد.

ب. یک زیرمجموعه متناهی از آن ارضا شونده باشد.

ج. هر زیرمجموعه نامتناهی از آن ارضا شونده باشد.

د. هر زیرمجموعه متناهی از آن ارضا شونده باشد.

۹. کدام گزینه درست نیست.

الف. روش کارآمدی وجود دارد که بازاء هر عبارت داده شده E درباره ف. د. س. بودن یا درست نبودن آن تصمیم می‌گیرد.ب. روش کارآمدی وجود دارد که بازاء هر مجموعه متناهی و مفروض $\sum \tau$ از ف. د. س. ها درباره صحت یا سقم $\sum \tau$ تصمیم می‌گیرد.

ج. تعداد روشهای کارآمد شمارش‌پذیر است.

د. روش کارآمدی وجود ندارد که بازاء هر عبارت داده شده E درباره ف. د. س. بودن آن تصمیم بگیرد.

۱۰. کدام گزینه درست نیست:

الف. هر مجموعه متناهی تصمیم‌پذیر است.

ب. مجموعه توتولوژیها تصمیم‌پذیر هستند.

ج. هر مجموعه نامتناهی تصمیم‌پذیر است.

د. برخی از مجموعه‌های نامتناهی تصمیم‌پذیر نیستند.

۱۱. فرض کنید U شامل همه توابعی باشد که دامنه و برد آنها مجموعه‌هایی از اعداد حقیقی هستند و B متشکل از تابع همانی و همه توابع ثابت بوده و F متشکل از اعمال جمع، ضرب، تقسیم و ریشه‌یابی (روی توابع) باشد. اگر C^* اشتراک همه زیرمجموعه‌های استقرایی U باشد آنگاه C^* همان

الف. رده توابع چند جمله‌ای است

ب. رده توابع گویا است

ج. رده توابع جبری است.

د. رده توابع متعالی است

۱۲. به ازای هر قطعه آغازی سره α' از یک ف. د. س. α ، داریم: k تابع تعریف شده در مبحث یگانه خوانی روی نمادهای جمله‌ای است)

- الف. $k(\alpha') > 1$ ب. $k(\alpha') < 1$ ج. $k(\alpha') = 1$ د. $k(\alpha') \geq 1$

۱۳. فرمول‌های بسیط ف. د. س. هایی هستند که

الف. دارای نمادهای سوری بوده ولی دارای نمادهای ربطی نیستند.

ب. دارای نمادهای ربطی بوده ولی دارای نمادهای سوری نیستند.

ج. دارای هیچ یک از نمادهای سوری و ربطی نیستند.

د. دارای نمادهای سوری و ربطی هستند.



نام درس: منطق ریاضی

رشته تحصیلی: گرایش ریاضی - علوم کامپیوتر

کد درس: ۲۴۱۳۳۸ - ۲۶۳۳۳۸

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۲

۱۴. بازاء مجموعه τ ; Σ از جمله‌ها داریم:

الف. اگر $\Sigma \models \tau$ آنگاه (هر مدل برای Σ ، مدلی برای τ نیز می‌باشد) ولی برعکس آن درست نیست.

ب. اگر (هر مدل برای Σ ، مدلی برای τ نیز باشد) آنگاه $\Sigma \models \tau$ ولی برعکس آن درست نیست.

ج. اگر $\Sigma \models \tau$ آنگاه (هر مدل برای Σ ، مدلی برای τ نیز می‌باشد) و برعکس

د. اگر $\Sigma \models \tau$ آنگاه هر مدل Σ ، نمی‌تواند مدلی برای τ باشد.

۱۵. برای مجموعه Σ از جمله‌ها، فرض می‌کنیم $Mod \Sigma$ رده همه مدل‌های Σ باشد. کدام گزینه درست نیست؟

الف. $Mod \Sigma$ رده همه ساختهای مربوط به زبان که در آنها هر عضو Σ صادق است.

ب. $Mod \Sigma$ رده همه ساختهای مربوط به زبان که در آنها هیچ عضو Σ صادق نیست.

ج. رده K از ساختهای مربوط به یک زبان، یک رده مقدماتی است (FC) اگر و تنها اگر بازاء جمله‌ایی مانند τ داشته باشیم $K = Mod \tau$

د. رده K از ساختهای مربوط به یک زبان، یک رده مقدماتی بمعنای وسیع (EC_{Δ}) است اگر و تنها اگر بازاء مجموعه‌ایی از جمله‌ها مانند Σ داشته باشیم: $K = Mod \Sigma$

۱۶. فرض کنید Γ یک مجموعه تصمیم‌پذیر از فرمولها در یک زبان معقول باشد. کدام گزینه درست است:

الف. مجموعه قضایای متعلق به Γ شمارش‌پذیر کارآمد است.

ب. مجموعه قضایای متعلق به Γ شمارش‌پذیر کارآمد نیست.

ج. مجموعه قضایای متعلق به Γ شمارش‌ناپذیر کارآمد است.

د. نتایج Γ تصمیم‌پذیر است.

۱۷. کدام گزینه درست نیست:

الف. اگر $\Gamma \vdash \varphi$ و x در هر فرمولی در Γ آزاد باشد آنگاه $\Gamma \vdash \forall x \varphi$.

ب. اگر $\Gamma \vdash \varphi$ و x در هیچ فرمولی در Γ آزاد نباشد آنگاه $\Gamma \vdash \forall x \varphi$.

ج. اگر $\Gamma \vdash \varphi$ آنگاه φ نتیجه توتولوژیک $\Gamma \cup A$ است.

د. اگر φ نتیجه توتولوژیک $\Gamma \cup A$ باشد آنگاه $\Gamma \vdash \varphi$.

۱۸. قضیه: «اگر $\Gamma; \gamma \vdash \varphi$ ، آنگاه $\Gamma \vdash (\gamma \rightarrow \varphi)$ » چه نام دارد:

الف. قاعده Γ

ب. استنتاج

ج. عکس نقیض

د. برهان خلف

۱۹. قضیه درستی کدام است:

الف. اگر $\Gamma \vdash \varphi$ آنگاه $\Gamma \models \varphi$

ب. اگر $\Gamma \models \varphi$ آنگاه $\Gamma \vdash \varphi$

ج. هرگاه Γ ارضاشدنی باشد، آنگاه Γ سازگار است.

د. الف و ج

۲۰. فرض کنید در یک زبان فقط تعداد متناهی پارامتر باشد مجموعه جمله‌هایی که دارای مدل‌های می‌باشند، است.

الف. متناهی - شمارش‌پذیر کارآمد

ب. نامتناهی - شمارش‌پذیر کارآمد

ج. متناهی - شمارش‌ناپذیر کارآمد

د. نامتناهی - شمارش‌ناپذیر کارآمد

نام درس: منطق ریاضی

رشته تحصیلی: گرایش ریاضی - علوم کامپیوتر

کد درس: ۲۴۱۳۳۸ - ۲۶۳۲۲۸



تعداد سؤال: نسی ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵
 زمان امتحان: نسی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه
 تعداد کل صفحات: ۲

سوالات تشریحی

۱. هرگاه $\Gamma \models \varphi$ ، آنگاه $\Gamma \models \neg \varphi$ ۲. قضیه: اگر Σ مجموعه‌ای تصمیم‌پذیر از ف.د.س.ها باشد، آنگاه مجموعه نتایج توتولوژیک Σ شماره‌پذیر کارآمد خواهد بود.

۳. ثابت کنید هیچ قطعه آغازی سره یک ترم، خود ترم نیست.

۴. فرض کنید f یک نماد تابعی دو موضعی باشد. در اینصورت ثابت کنید:

$$\vdash \forall x_1 \forall x_2 \forall y_1 \forall y_2 (x_1 \approx y_1 \rightarrow x_2 \approx y_2 \rightarrow f x_1 x_2 \approx f y_1 y_2)$$

۵. فرض کنید Γ یک مجموعه تصمیم‌پذیر از فرمولها در یک زبان معقول باشد، همچنین فرض کنید بازاء هر جمله σ یا $\Gamma \models \sigma$ یا $\Gamma \models \neg \sigma$ در اینصورت مجموعه جمله‌های منتج از Γ تصمیم‌پذیر است.