

فام درس: نظریه اعداد

رشته تحصیل: کرایش: ریاضی

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

کد درس: ۲۴۱۱۳۹



تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵ تعداد کل ۲۵
 استفاده از ماشین حساب مجاز است سزالات تستی نمره منفی دارد
 زمان امتحان: ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه تکمیلی
 جدول نمودار اطلاعات مورد نیاز ضمیمه می باشد

۱. کدام گزینه زیر درست می باشد؟ $(a, b) = d$ و a, b اعداد صحیح و مثبت و

الف. از $d \mid am + bn$ نتیجه می شود که $d \mid a, d \mid b$

ب. از $d \mid a$ و $a \neq 0$ نتیجه می شود که $a \leq d$

ج. اگر p عددی اول و $n \in \mathbb{N}$ آنگاه $(p, np) = 1$

د. رقم یکان دو عدد n^p و n^{p+4} همواره یکسان است

۲. کدام گزینه زیر درست می باشد؟ $(a, b), x, y$ اعداد صحیح اند

الف. اگر $(a, b) = d_1$ و $(x, y) = d_2$ آنگاه $(a+x, b+y) = d_1 + d_2$

ب. اگر $[a, b] = m_1$ و $[x, y] = m_2$ آنگاه $[ax, by] = m_1 m_2$

ج. برای هر $m \in \mathbb{N}$ داریم $(a + m^2 b, b) = (a, b)$

د. همواره $(x, y, a)(x, y, a) = |xya|$

۳. فرض کنیم $A = x + 3y + 5$ بر ۱۳ قابل قسمت باشد در اینصورت کدام گزینه زیر درست می باشد.

الف. $B = 5x + 2y - 1$ بر ۱۳ بخش پذیر است. ب. $B = x - 2y + 9$ بر ۱۳ بخش پذیر است.

ج. $B = 8x + 3y$ بر ۱۳ بخش پذیر است. د. $B = 9y - 2x + 1$ بر ۱۳ بخش پذیر است.

۴. معادله $7x + 5y = 100$ را در نظر بگیرید. کدام گزینه زیر در مورد این معادله درست می باشد؟

الف. جواب ندارد. ب. یک دسته جواب مثبت دارد.

ج. دو دسته جواب مثبت دارد. د. سه دسته جواب مثبت دارد.

۵. دستگاه معادلات دیوفانتی
$$\begin{cases} 5x + 7y + 9z = 1 \\ x - y + z = 4 \end{cases}$$
 چند جواب دارد؟

الف. سه دسته جواب ب. دو دسته جواب د. یک دسته جواب د. اصلاً جواب ندارد

۶. جوابهای $7x + 11y + 26z = 123$ را بیابید. بیوفازد؟ چند تا است؟

الف. سه دسته جواب ب. دو دسته جواب ج. یک دسته جواب د. چهار دسته جواب

۷. کدام گزینه زیر درست است؟ $(a, b), m$ اعداد صحیح و غیر صفراند

الف. اگر $(a, m) = (b, m)$ آنگاه $(a, b) = m$

ب. همبستگی $6x \equiv 3 \pmod{21}$ دقیقاً سه دسته جواب به پیمانه ۲۱ دارد

ج. عدد ۳ به پیمانه ۱۲ عکس حسابی دارد

د. تعداد دستگاههای کامل مانده به پیمانه m متناهی است



تعداد سوال: تستی ۲۰ تکمیلی تشریحی ۵ تعداد کل ۲۵
 امتحان در این سطح برگزار است سوالات تستی نمره منفی دارد
 زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه
 جدول نمودار اطلاعات مورد نیاز ضمیمه می باشد

۸. معادله $x^{11} \equiv 1 \pmod{23}$ را در نظر بگیرید کدام گزینه زیر درست می باشد؟

- الف. دقیقاً ۱۱ جواب نا همبشت به پیمانه ۲۳ دارد
 ب. دقیقاً ۲۲ جواب نا همبشت به پیمانه ۲۳ دارد
 ج. دقیقاً ۳ جواب نا همبشت به پیمانه ۲۳ دارد
 د. اصلاً جواب ندارد
 ۹. چند عدد با مرتبه ۷ به پیمانه ۱۱۳ وجود دارد؟

- الف. ۲ ب. ۳ ج. ۶ د. ۱۱۲

۱۰. معادله $x^6 + 2x^3 + 8x + 9 \equiv 0 \pmod{35}$ دارای چند جواب است؟

- الف. ۴ تا ب. ۲۴ تا ج. جواب ندارد د. ۶ تا

۱۱. کدام گزینه زیر همواره درست می باشد؟ (p عددی اول)

الف. $x^{p-1} - 1 \equiv (x-1)(x-2)...(x-p+1) \pmod{p}$

ب. $x^p - 1 \equiv (x-1)(x-2)...(x+p-1) \pmod{p}$

ج. $x^p + 1 \equiv (x+1)(x+2)...(x+p-1) \pmod{p}$

د. $x^{p-1} + 1 \equiv (x+1)(x+2)...(x+p-1) \pmod{p}$

۱۲. فرض کنیم n عددی تام فرد باشد آنگاه کدام گزینه زیر درست می باشد؟ ($\alpha \geq 1$ صحیح)

الف. $n = p^\alpha$

ب. $n = 2p^\alpha$

ج. عدد اولی بصورت $(p^\alpha - 1)$ وجود دارد طوری که $n = 2^{\alpha-1}(p^\alpha - 1)$

د. n لاقبل دارای سه عامل متمایز است.

۱۳. فرض کنیم α عددی صحیح و مثبت و $(p^k - 1)$ عددی اول و $(k, 5^\alpha) = 1$ در اینصورت $\sigma(5^\alpha k)$ کدام است؟

ب. $\frac{1}{4}(k+1)(5^{\alpha-1} - 1)$

الف. $\frac{1}{4}(k-1)(5^{\alpha+1})$

د. $\frac{1}{4}(p^k - 1)$

ج. $k(5^\alpha)$

۱۴. کدام گزینه زیر درست می باشد؟

د. $\mu(p^2) = 1$

ج. $\phi \circ \tau = \sigma$

ب. $i \circ v = \tau$

الف. $v \circ v = \sigma$

۱۵. اگر p عددی اول و $\alpha(n) = n^3$ باشد. در اینصورت $\alpha^{-1}(p)$ برابر است با

د. $-p^2$

ج. $2p^2$

ب. $-2p^3$

الف. $-p^3$

تمام درس: نظریه اعداد

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

نیمسال دوم ۸۳-۸۲

کد درس: ۲۴۱۱۳۹



تعداد سؤال: نسی ۲۰ تکمیلی تشریحی ۵ تعداد کل ۲۵
 استفاده از ماشین حساب مجاز است سوالات تستی نمره منفی دارد
 زمان امتحان: نسی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه
 جدول نمودار اطلاعات مورد نیاز ضمیمه می باشد

۱۶. کدام عدد زیر به پیمانه ۱۱ یک مانده درجه ۱۵ می باشد؟

- الف. ۴ ب. ۲ ج. ۶۰ د. ۸

۱۷. کدامیک از معادلات زیر حل پذیر است؟

- الف. $x^2 \equiv 8 \pmod{11}$ ب. $x^2 \equiv 11 \pmod{7}$
 ج. $x^2 \equiv 3 \pmod{31}$ د. $x^2 \equiv 3 \pmod{9}$

۱۸. کدام گزینه زیر درست میباشد؟

- الف. $\left(\frac{-1}{37}\right) = 1$ ب. $\left(\frac{2}{91}\right) = 1$ ج. $\left(\frac{-3}{61}\right) = -1$ د. $\left(\frac{5}{3}\right) = 1$

۱۹. کسر مسلسل $\sqrt{26}$ کدام است؟

- الف. $\langle 5, \bar{7} \rangle$ ب. $\langle 5, \bar{10} \rangle$ ج. $\langle 4, \bar{8} \rangle$ د. $\langle 4, \bar{7}, 1 \rangle$

۲۰. دنباله $\{f_n\}$ را بصورت $(n \geq 3)$ $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$; $f_1 = f_2 = 1$ در نظر بگیرید در اینصورت کدام گزینه زیر درست می باشد؟

- الف. $\frac{f_{n+1}}{f_n} = \langle 1, 1, \dots \rangle$ ب. $\frac{f_{n+1}}{f_n} = \langle 2, 2, \dots \rangle$
 ج. $\frac{f_{n+1}}{f_n} = \langle 1 \rangle$ د. $\frac{f_{n+1}}{f_n} = \langle 1, 1, \dots \rangle$

سئوالات تشریحی

۱. فرض کنیم $ab \equiv 1 \pmod{m}$, $(a, m) = (b, m) = 1$ ثابت کنید مرتبه اعداد a, b به پیمانه m برابراند.

۲. معادله همنهشتی $x^2 + x + 1 \equiv 0 \pmod{7}$ را حل کنید.

۳. (قضیه) فرض کنیم P عددی اول و فرد باشد در اینصورت g یک ریشه اولیه به پیمانه p است، اگر و تنها اگر مجموعه $\{g, g^2, \dots, g^{p-1}\}$ یک دستگاه تقلیل یافته مانده ها به پیمانه p باشد.

۴. (قضیه) ثابت کنید همنهشتی $x^2 \equiv -1 \pmod{p}$ حل پذیر است اگر و تنها اگر p عددی اول و فرد.

$p \equiv 1 \pmod{4}$

۵. با استفاده از کسرهای مسلسل جواب معادله $19x + 51y = 1$ را تعیین کنید.