

بسم الله الرحمن الرحيم
اللهم صل على محمد و آل محمد



WWW.EGZA.TK

تعداد سوالات: فنی ۲۰ تکمیلی -- تفریحی ۵
 زمان امتحان: تئوری و تکمیلی ۶۰ دقیقه تفریحی ۶۰ دقیقه
 تعداد کل صفحات: ۲

نام درس: نظریه اعداد
 رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۲۳۱۱۳۹ تاریخ: ۸۶/۱۰/۲۴ شروع: ۱۰/۳۰

WWW.EGZA.TK

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست

۱. عدد صحیح $n(n^2 - 1)$ همواره بر کدام عدد بخش پذیر است؟

الف. ۱۵ ب. ۶ ج. ۱۲ د. ۹

۲. بزرگترین توان ۵ در $۳۲!$ کدام است؟

الف. ۳ ب. ۵ ج. ۱۵ د. ۷

۳. باقیمانده تقسیم $۲^{۴۷}$ بر ۷ برابر است با:

الف. ۳ ب. ۶ ج. ۴ د. ۵

۴. کدام یک از مجموعه های زیر یک دستگاه مخفف مانده ها به هنگ ۱۲ می باشد؟

الف. $\{-۱۱, ۲۹, -۲۹, ۵۹\}$ ب. $\{-۱۱, ۷, ۳۴, -۱۱\}$

ج. $\{۱, ۹, ۳, ۷, ۱۷\}$ د. $\{۱, -۷, ۲۴, ۱۵\}$

۵. $\varphi(۶۷۵)$ کدام است؟

الف. ۵۶۰ ب. ۷۲۰ ج. ۳۶۰ د. ۲۴۵

۶. $\sum_{d|۱۵۰۰} \varphi(d)$ برابر است با:

الف. ۱۵۰۰ ب. ۳۰۰۰ ج. ۱۲۰۰ د. ۱۰۰۰

۷. معادله همنهشتی $۳x \equiv ۶ \pmod{۱۵}$ چند رده جواب متمایز دارد؟

الف. یک جواب ب. دو جواب ج. سه جواب د. جواب ندارد

۸. اگر $x \in [۲]_۵ \cap [۳]_۷$ آنگاه کدام گزینه درست است؟

الف. $x \equiv ۲۱ \pmod{۳۵}$ ب. $x \equiv ۱۷ \pmod{۳۵}$

ج. $x \equiv ۷ \pmod{۳۵}$ د. $x \equiv ۱۵ \pmod{۳۵}$

۹. کدام یک از دستگاههای زیر دارای جواب است؟

الف. $\begin{cases} x \equiv ۲ \pmod{۶} \\ x \equiv ۳ \pmod{۹} \end{cases}$ ب. $\begin{cases} x \equiv ۳ \pmod{۶} \\ x \equiv ۱۹ \pmod{۴۰} \end{cases}$

ج. $\begin{cases} x \equiv ۴ \pmod{۶} \\ x \equiv ۲۵ \pmod{۳۸} \end{cases}$ د. $\begin{cases} x \equiv ۹ \pmod{۱۲} \\ x \equiv ۲۰ \pmod{۱۰} \end{cases}$

۱۰. مقدار a در همنهشتی $(1^1 + 2^1 + 3^1 + \dots + 10^1) \equiv a \pmod{11}$ کدام است؟

الف. $a = ۰$ ب. $a = ۱$ ج. $a = ۵$ د. $a = ۶$

۱۱. معادله همنهشتی $x^8 - 1 \equiv ۰ \pmod{17}$ دقیقاً دارای چند جواب ناهمنهشت است؟

الف. ۲ جواب ب. ۱۷ جواب ج. ۴ جواب د. ۸ جواب

۱۲. مرتبه ۲ به پیمانه ۱۱ برابر ۱۰ است. مرتبه ۱۶ به پیمانه ۱۱ چند است؟

الف. ۱ ب. ۱۱ ج. ۵ د. ۱۰



نام درس: نظریه اعداد

تعداد سوال: نسی ۲۰ تکمیلی -- تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش ریاضی

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۲۴۱۱۳۹

تعداد کل صفحات: ۲

WWW.EGZA.TK

۱۲. با کدام پیمانه ریشه اولیه وجود دارد؟

الف. ۲۰۴ ب. ۴۶ ج. ۴۵ د. ۱۵۰

۱۴. تعداد ریشه های اولیه به پیمانه ۱۹ چند تا است؟

الف. ۶ ب. ۱۸ ج. ۱۲ د. ۱۵

۱۵. اگر $n = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$ آنگاه $\tau(n)$ کدام است؟

الف. ۹۵ ب. ۸۰ ج. ۷۲ د. ۱۰۴

۱۶. کدام گزینه درست است؟

الف. $\binom{-2}{17} = -1$ ب. $\binom{-2}{23} = -1$ ج. $\binom{-2}{11} = -1$ د. $\binom{-2}{31} = 1$ ۱۷. اگر p عددی اول و فرد بزرگتر از ۵ باشد، کدام گزینه همواره درست است؟الف. $\binom{p}{5} = \binom{p}{p-5}$ ب. $\binom{p}{5} = -\binom{p}{5}$ ج. $\binom{-p}{5} = \binom{-p}{p-5}$ د. $\binom{p}{5} \binom{p}{5} = -1$ ۱۸. کسر مسلسل $\langle 1, 2, 1, 2, \dots \rangle$ برابر است با:الف. $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$ ب. $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ ج. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ د. $2-\sqrt{3}$ ۱۹. همگرایی کسر مسلسل $\langle -3, 1, 2, 1, 3, \dots \rangle$ کدام است؟الف. $-\frac{21}{11}$ ب. $\frac{11}{6}$ ج. $-\frac{23}{12}$ د. $-\frac{57}{25}$ ۲۰. عدد $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ برابر با کدام کسر مسلسل ساده نامتناهی است؟الف. $\langle 1, 1, 1, \dots \rangle$ ب. $\langle 1, 2, 2, \dots \rangle$ ج. $\langle 1, 1, 2, 1, 2, 1, 2, \dots \rangle$ د. $\langle 1, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 2, \dots \rangle$

سوالات تشریحی

۱. معادله سیاله $119x - 272y = 34$ را حل کنید.۲. فرض کنید $\{r_1, r_2, \dots, r_{\varphi(m)}\}$ یک دستگاه مخفف مانده ها به پیمانه m باشد و $(a, m) = 1$ ثابت کنید $\{ar_1, ar_2, \dots, ar_{\varphi(m)}\}$ نیز یک دستگاه مخفف مانده ها به پیمانه m است.۳. ثابت کنید اگر a یک عدد صحیح و m عددی طبیعی باشد آنگاه $a^{\varphi(m)} \equiv 1 \pmod{m}$ ۴. ثابت کنید بازاء هر عدد اول p ، $\forall a, b \in \mathbb{Z}$ ، $(a+b)^p \equiv a^p + b^p \pmod{p}$ ۵. قضیه ویلسون را ثابت کنید: برای عدد اول p ، $(p-1)! \equiv -1 \pmod{p}$ 

نام درس: نظریه اعداد

رشته تحصیلی: گرایش ریاضی

کد درس: ۲۳۱۱۳۹

۸۶/۱۱/۲

۱،۳،

تعداد سوال: فنی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۷۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۳

۱- باقیمانده تقسیم مربع یک عدد فرد بر ۸ برابر است با:

- الف. ۱ ب. ۲ ج. ۳ د. هیچکدام

۲- عدد $n(n^2 - 1)$ همواره بر کدام عدد بخش پذیر است؟

- الف. ۵ ب. ۸ ج. ۹ د. ۶

۳- اگر a, b اعداد طبیعی باشند. $b = 110$, $(a, b) = 10$, $[a, b] = 1540$ مقدار a برابر است با:

- الف. ۱۰ ب. ۱۶ ج. ۱۲ د. ۱۴

۴- بزرگترین توان ۷ در $100!(100!E_7)$ برابر است با:

- الف. ۱۶ ب. ۱۴ ج. ۱۲ د. ۱۰

۵- باقیمانده تقسیم 2^{47} بر ۷ برابر است با:

- الف. ۲ ب. ۵ ج. ۴ د. ۶

۶- کدام مجموعه یک دستگاه کامل مانده ها به پیمان ۶ است؟

- الف. $\{15, 6, 9, 17, -3, 7\}$ ب. $\{-9, 14, 5, 3, 18, 28\}$

- ج. $\{2, 3, 4, 6, 7\}$ د. $\{-18, 7, 14, -3, -14, 17\}$

۷- $\varphi(675)$ برابر است با:

- الف. ۴۸۰
- ب. ۷۲۰
- ج. ۲۴۰
- د. ۳۶۰

۸- $\sum_{d|675} \varphi(d)$ برابر است با:

- الف. ۷۵۶
- ب. ۶۷۵
- ج. ۷۶۵
- د. ۵۷۶

۹- کدام یک از دستگاه های زیرحل پذیر است؟

- الف. $\begin{cases} x \equiv 2 \pmod{3} \\ x \equiv 1 \pmod{4} \end{cases}$
- ب. $\begin{cases} x \equiv 2 \pmod{6} \\ x \equiv 3 \pmod{9} \end{cases}$
- ج. $\begin{cases} x \equiv -1 \pmod{4} \\ x \equiv 0 \pmod{2} \end{cases}$
- د. $\begin{cases} x \equiv 2 \pmod{9} \\ x \equiv 1 \pmod{15} \end{cases}$

۱۰- معادله $x^4 \equiv 1 \pmod{5}$ دقیقاً چند جواب ناهمنهشت دارد؟

- الف. یک جواب
- ب. دو جواب
- ج. سه جواب
- د. چهار جواب

۱۱- با کدام یک از هنگ های زیر ریشه اولیه وجود دارد؟

- الف. ۲۵۰
- ب. ۵۰۰
- ج. ۱۲۲۵
- د. ۸۰

۱۲- چند ریشه اولیه با مرتبه ۵ به پیمانه ۱۱ وجود دارد؟

- الف. ۵
- ب. ۱۰
- ج. ۴
- د. ۳



نام درس: نظریه اعداد

رشته تحصیلی: گرایش ریاضی

کد درس: ۳۳۱۱۳۹

تعداد سؤالات: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تئوری و تکمیلی - نیمی تشریحی - نیمی

تعداد کل صفحات: ۳

WWW.EGZA.TK

۱۳- $\mathcal{Z}(36)$ تعداد مقسوم علیه های ۳۶ برابر است با:

- الف. ۱۴ ب. ۸ ج. ۱۲ د. ۹

۱۴- $(\mathcal{Z} \circ \mathcal{Z})(3)$ (ضریب پیچشی) برابر است با:

- الف. ۲ ب. ۴ ج. ۵ د. ۶

۱۵- کدام تساوی درست است؟

- الف. $\left(\frac{-1}{13}\right) = -1$ ب. $\left(\frac{-1}{17}\right) = 1$ ج. $\left(\frac{-1}{11}\right) = 1$ د. $\left(\frac{-1}{19}\right) = 1$

۱۶- می دانیم $\mathcal{Z} \circ \mathcal{Z}$ به پیمانه ۱۹ به ترتیب نامانده، مانده و نامانده هستند. کدام گزاره زیر نادرست است؟

- الف. ۱۸ یک نامانده درجه دوم به پیمانه ۱۹ است
ب. ۱۲ یک نامانده درجه دوم به پیمانه ۱۹ است
ج. ۹ یک مانده درجه دوم به پیمانه ۱۹ است
د. ۱۷ یک نامانده درجه دوم به پیمانه ۱۹ است.

۱۷- کدام گزینه درست است؟

- الف. $\left(\frac{2}{17}\right) = 1$ ب. $\left(\frac{2}{57}\right) = -1$ ج. $\left(\frac{2}{73}\right) = -1$ د. $\left(\frac{2}{19}\right) = 1$

۱۸- مقدار کسر مسلسل ساده نامتناهی $\gamma = \langle 1, 2, 1, 2, 1, 2, \dots \rangle$ کدام است؟

- الف. $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ ب. $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$ ج. $\sqrt{2}$ د. $\sqrt{3}$

۱۹- کدام گزاره درست است؟

- الف. $\sqrt{17} = \langle 4, 8 \rangle$
ب. $\sqrt{13} = \langle 3, 1, 1, 1, 6 \rangle$
ج. $\sqrt{24} = \langle 4, 1, 9 \rangle$
د. $\sqrt{26} = \langle 4, 11 \rangle$

۲۰- نمایش کسر مسلسل عدد $\frac{51}{19}$ کدام است؟

- الف. $\langle 2, 1, 2, 5 \rangle$ ب. $\langle 2, 1, 2, 5, 1 \rangle$ ج. $\langle 2, 1, 2, 4, 1, 1 \rangle$ د. $\langle 2, 1, 1, 5, 1 \rangle$



نام درس: نظریه اعداد

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۲۳۱۱۳۹

WWW.EGZA.TK

تعداد سوالات: هفتی ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی - نوبت تشریحی - نوبت

تعداد کل صفحات: ۳

سوالات تشریحی:

۱- معادله سیاله $143x + 227y = 5$ را حل کنید.

۲- دستگاه همبستگی زیر را به روش مانده چینی حل کنید.

$$\begin{cases} x \equiv 2 \pmod{3} \\ x \equiv 1 \pmod{4} \\ x \equiv 5 \pmod{5} \end{cases}$$

۳- قضیه (فرض کنید $(g, m) = 1$. در این صورت g یک ریشه اولیه به هنگ m است و اگر و فقط اگرمجموعه $\{g, g^2, \dots, g^{\varphi(m)}\}$ یک دستگاه مخفف مانده ها به هنگ m باشد.۴- قضیه ویلسون (ثابت کنید اگر P عددی اول باشد انگاه $(p-1)! \equiv -1 \pmod{p}$)

۵- ثابت کنید مقدار هرکسر مسلسل ساده نامتناهی، یک عدد اصم است.

