بسم الله الرحمن الرحیم

اللهم صل علی محمد و آل محمد

برای دریافت سؤالات دروس دیگر
می توانید به آدرس زیر مراجعه کنید
www.egza.tk

WWW.EGZA.TK

نام درس: جبر (۲) — تعداد سوالات: تستی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی-گرایش: ریاضی — زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۲۳۱۱۷۰ — تعداد کل صفحات: ۳

WWW.EGZA.TK

* استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

۱.کدامیک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

الف. اگر G آبلی باشد ، آنگاه G حل‌پذیر است.

ب. هر $P-$ گروه ، یک گروه حل‌پذیر است (P عددی اول است).

ج. هر گروه ناآبلی ساده G حل‌پذیر است.

د. گروه متقارن S_4 حل‌پذیر است.

۲. کدامیک از گزاره‌های زیر درست است؟

الف. اگر $g\,|\,fh$ ، f ، g نسبت به هم اول باشند آنگاه $f\,|\,h$.

ب. اگر $f\,|\,h$ ، $g\,|\,h$ ، f ، g نسبت به هم اول باشند آنگاه $fg\,|\,h$.

ج. اگر $g\,|\,f$ ، $f\,|\,g$ آنگاه $f=g$.

د. اگر $d=\gcd(f,g)$ ، $h\,|\,f$ ، $h\,|\,g$ آنگاه $d\,|\,h$.

۳. کدامیک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

الف. $\dfrac{R[x]}{(x^2+1)}\simeq\mathbb{C}$

ب. اگر $f(x)=\hat{1}x^2+\hat{1}\in Z_3[x]$ آنگاه $\dfrac{Z_3[x]}{(f)}$ میدانی با 3^3 عضو است.

ج. اگر $g(x)=x-a$ آنگاه $g\,|\,f$ اگر و تنها اگر $f(a)=0$.

د. اگر $f\in F[x]$ تحویل ناپذیر باشد و $f=gh$ آنگاه g یا h یکه است.

۴. کدامیک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

الف. اگر $f,g\in Z[x]$ چند جمله‌ایهای اولیه باشند آنگاه fg نیز اولیه است.

ب. اگر $h\in Q[x]$ و عناصر $f,g\in Z[x]$ اولیه باشند بطوریکه $f=gh$ آنگاه $h\in Z[x]$.

ج. چند جمله‌ای $g(x)=1+x+\ldots+x^{p-1}$ در $Q[x]$ تحویل‌ناپذیر است (p عددی اول است).

د. چند جمله‌ای $f(x)=x^3+2x+1\in Z[x]$ در $Q[x]$ تحویل‌پذیر است.

۵. اگر $J=(f)$ ، $K=(g)$ دو ایده‌آل $F[x]$ باشند کدام گزاره زیر نادرست است؟

الف. $J=F[x]$ اگر و تنها اگر f یکه باشد.

ب. $J\subseteq K$ اگر و تنها اگر $g\,|\,f$.

ج. $J=K$ اگر وتنها اگر $f=g$.

د. $K\subseteq J$ اگر و تنها اگر $f\,|\,g$.

۶. فرض کنید $w=\sqrt[3]{2}\in R$ و تابع $\theta_w:Q[x]\to R$ با ضابطه $\theta_w(g)=g(w)$ داده شده است . کدام گزینه نادرست است؟

الف. $Q(w)\neq Q[w]$

ب. $Q[w]$ یک میدان است.

ج. $I_m(\theta_w)=Q[w]$

د. $(x^3-2)\in Q[x]$ یک ایده‌آل ماکسیمال $Q[x]$ است.

دانشگاه جامع پیام نور
ستاد امتحانات
استان خراسان رضوی

نام درس: جبر (۲) — تعداد سوالات: تستی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی-گرایش: ریاضی — زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۲۳۱۱۷۰ — تعداد کل صفحات: ۲

WWW.EGZA.TK

۷. فرض کنید p عددی اول باشد و ξ یک ریشه p ام اولیه واحد روی Q باشد ، کدام گزینه صحیح است؟

الف. $f(x)=x^p-1$ چند جمله‌ای مینیمال ξ روی Q است.

ب. $f(x)=x^p-1$ روی Q تحویل‌ناپذیر است.

ج. $[Q(\xi):Q]=p-1$.

د. $[Q(\xi):Q]=p(p+1)$.

۸. اگر $f(x)=x^2+x+1$ باشد آنگاه میدان شکافنده F از f روی Q کدام است؟

الف. $Q(\sqrt{3},i)$ — ب. $Q(\sqrt{2},i)$

ج. $Q(\sqrt{2},\sqrt{3})$ — د. $Q(\sqrt{3}i)$

۹. کدام گزینه صحیح است؟

الف. اگر $F=Q(\sqrt{2})$ آنگاه $|Gal_Q F|=2$.

ب. اگر $W=\sqrt[3]{2}$ و $F=Q(W)$ آنگاه $|Gal_Q F|=3$.

ج. اعداد $\sqrt{2}$, $-\sqrt{2}$ روی Q مزدوج نمی‌باشند.

د. $[Q(\sqrt{2}):Q]=4$.

۱۰. فرض کنید P عددی اول و F یک میدان است. کدام گزینه نادرست است؟

الف. F دارای P^n عنصر است اگر و فقط اگر F میدان شکافنده چند جمله‌ای $f(x)=x^{p^n}-x$ روی F_p باشد.

ب. میدان F_{p^n} میدان شکافنده هیچ چند جمله‌ای تفکیک‌پذیری روی F_p نمی باشد.

ج. اگر F میدانی با مشخصه صفر و f یک چند جمله‌ای تحویل‌ناپذیر در $F[x]$ باشد آنگاه f روی F تفکیک‌پذیر است.

د. ریشه‌های $x^{p^n}-x$ دقیقاً عناصر F_{p^n} هستند.

۱۱. فرض کنید $F=Q(w)$ که در آن $w=\sqrt[5]{2}$ است . کدام گزینه نادرست است؟

الف. $Gal_Q F=<i_Q>$ — ب. Q در F بسته است.

ج. $F=Q^*$ — د. w روی Q جبری است و $[F:Q]=5$.

۱۲. فرض کنید $F=Q(w,\xi)$ و $G=Gal_Q F$ که در آن $w=\sqrt[3]{2}$ و ξ یک ریشه سوم اولیه واحد است. کدام گزینه نادرست است؟

الف. $O(G)=6$

ب. Q در F بسته است.

ج. F یک میدان شکافنده $f(x)=x^3-2$ روی Q است.

د. $[F:Q]=3$

دانشگاه جامع پیام نور
ستاد امتحانات
استان خراسان رضوی

نام درس: جبر (۲) — تعداد سوالات: تستی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی-گرایش: ریاضی — زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۲۴۱۱۷۰ — تعداد کل صفحات: ۳

WWW.EGZA.TK

۱۳. فرض کنید $F = Q(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ و $G = Gal_Q F$ در این صورت G با کدامیک از گروه‌های زیر یکریخت است.

الف. Z_4 — ب. S_4

ج. S_3 — د. $Z_2 \times Z_2$

۱۴. فرض کنید $K < F$ که $F \neq K$ و $[F:K]$ متناهی باشد در این صورت $[F:K]$ برابر است با:

الف. P^n برای عدد اول p و $n \in N$. — ب. $p(p-1)$

ج. 2^n برای $n \in N$. — د. p^2 برای عدد اول P.

۱۵. میدان $F = Q(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ با کدامیک از میدان‌های زیر برابر است؟

الف. $Q(\sqrt{3}, i)$ — ب. $Q(\sqrt{6})$

ج. $Q(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ — د. $Q(\sqrt{2}, \xi)$ که در آن ξ ریشه ۴ام اولیه واحد است.

۱۶. فرض کنید $\theta \in R$ باشد کدام گزینه معادل با سایر گزینه‌ها نمی‌باشد؟

الف. زاویه θ ساخت‌پذیر است. — ب. عدد $\cos\frac{\theta}{3}$ ساخت‌پذیر است.

ج. عدد $\cos\theta$ ساخت‌پذیر است. — د. عدد $\sin\theta$ ساخت‌پذیر است.

۱۷. کدام گزینه نادرست است؟

الف. ترسیم یک معکب با حجم ۲ امکان‌ناپذیر است. (منظور از ترسیم ، ترسیم با خط‌کش و پرگار است).

ب. ترسیم یک مربع که مساحت آن برابر مساحت یک دایره مفروض باشد امکان‌پذیر است.

ج. تثلیث زاویه ۶۰ درجه امکان‌پذیر نیست.

د. اگر P عدد اول فردی باشد آنگاه یک چند ضلعی منتظم با P ضلع ساخت‌پذیر است اگر و فقط اگر $P = 2^m + 1$ برای $m \in N$.

۱۸. اگر F یک توسیع رادیکال K باشد آنگاه $[F:K]$ ..... است.

الف. عددی اول — ب. برابر P^n

ج. برابر $P(P+1)$ — د. متناهی

۱۹. فرض کنید P عددی اول و ξ یک ریشه Pام اولیه واحد است اگر $F = Q(\xi)$ و $G = Gal_Q F$ کدام گزینه نادرست است؟

الف. ξ روی Q جبری است.

ب. $G \simeq Z_P^{\times}$

ج. G دوری نیست.

د. $S = \{\xi, \ldots, \xi^{P-1}\}$ مجموعه مزدوج های ξ در F است.

۲۰. فرض کنید $w = \sqrt[4]{2}$ و $F = Q(w, i)$ و $G = Gal_Q F$. آنگاه $O(G)$ برابر است با:

الف. ۸ — ب. ۴ — ج. ۲ — د. ۱۶

دانشگاه جامع پیام نور
ستاد امتحانات
استان خراسان رضوی

نام درس: جبر (۲) — تعداد سوال: تستی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی-گرایش: ریاضی — زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۲۴۱۱۷۰ — تعداد کل صفحات: ۴

WWW.EGZA.TK

«سؤالات تشریحی»

۱.ثابت کنید گروه S_n برای $x \geq 5$ حل‌پذیر نیست.

۲. فرض کنید که $f(x) = \bar{1}x^5 + \bar{1}x^2 + \bar{1} \in F_2[x]$ باشد.

الف. ثابت کنید که f هیچ عامل خطی و نیز هیچ عامل درجه دوم ندارد.

ب. میدانی از مرتبه ۳۲ بسازید و اعضای آن را مشخص کنید.

۳. فرض کنید $K < E < F$ برجی از توسیع‌ها باشد که E روی K و نیز F روی E جبری است. ثابت کنید که F روی K جبری است.

۴. فرض کنید K یک میدان و $f(x) \in K[x]$ از درجه n باشد دراینصورت میدان F که میدان شکافنده f روی K است وجود دارد و $[F:K] \leq n!$.

۵. الف. چند جمله‌ای مینیمال و مزدوج های $u = \sqrt{2 + \sqrt{2}i}$ را روی میدان Q بدست آورید.

ب. میدان شکافنده چندجمله‌ای $f(x) = x^4 + 1$ را روی Q بیابید و آنرا F بنامید آنگاه $[F:Q]$ را تعیین کنید.

دانشگاه جامع پیام نور
ستاد امتحانات
استان خراسان رضوی

نام درس: جبر (۲) — ۸۶/۱۱/۱ — تعداد سؤالات: تستی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی-گرایش: ریاضی — ۱۴ — زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۷۰ دقیقه

کد درس: ۲۳۱۱۷۰ — تعداد کل صفحات: ۵

در سراسر سؤالات زیر K, F نمایانگر میدان‌هایی دلخواه و $\mathbb{C}, R, Q, Z$ به ترتیب نمایانگر حلقه اعداد صحیح، میدان اعداد گویا، میدان اعداد حقیقی و میدان اعداد مختلط می‌باشند.

۱.کدام گزینه صحیح است؟

الف. گروه متقارن S_7 حل‌پذیر نیست.

ب. گروه متقارن S_3 حل‌پذیر نیست.

ج. گروه آبلی وجود دارد که حل‌پذیر نمی‌باشد.

د. الزاماً هر گروه خارج قسمتی یک گروه حل‌پذیر، حل‌پذیر نمی‌باشد.

۲. کدام گزینه صحیح نیست؟

الف. گروه دو وجهی D_6 حل‌پذیر است.

ب. $\{e\} \subset V \subset A_4 \subset S_4$ یک سری حل‌پذیر برای S_4 است که در آن $V=\{e,(12)(34),(13)(24),(14)(23)\}$.

ج. هرگاه H_1, H_2 دو گروه باشند به طوری که $H_1 \times H_2$ حل‌پذیر باشد، آنگاه H_1 و H_2 هر دو حل‌پذیراند.

د. گروه متناوب A_3 حل‌پذیر نمی‌باشد.

۳. کدامیک از چند جمله‌ای‌های زیر در حلقه داده شده تحویل‌ناپذیر نمی‌باشد؟ (Q اعداد گویا)

الف. $x^{10}+x^9+\dots+x+1$ در $Q[x]$.

ب. $5x^3-3x^2-6x+3$ در $Q[x]$.

ج. x^2-1 در $Z_2[x]$.

د. x^3+x+1 در $Z_3[x]$.

۴. کدام گزینه صحیح نیست؟

الف.هرگاه f چند جمله‌ای تحویل‌ناپذیر از درجه ۳ در $Z_3[x]$ باشد، میدان $\frac{Z_3[x]}{(f)}$، 3^2 عضو دارد.

ب. هرگاه f چند جمله‌ای تحویل‌ناپذیر از درجه ۲ در $Z_3[x]$ باشد، میدان $\frac{Z_3[x]}{(f)}$، 3^2 عضو دارد.

ج. هرگاه f چند جمله‌ای تحویل‌ناپذیر از درجه ۳ در $Z_5[x]$ باشد، میدان $\frac{Z_5[x]}{(f)}$، 5^3 عضو دارد.

د. هرگاه f چند جمله‌ای تحویل‌ناپذیر از درجه ۲ در $Z_5[x]$ باشد، میدان $\frac{Z_5[x]}{(f)}$، 5^2 عضو دارد.

WWW.EGZA.TK

نام درس: جبر (۲) — تعداد سوال: تستی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی-گرایش: ریاضی — زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۷۰ دقیقه

کد درس: ۲۳۱۱۷۰ — تعداد کل صفحات: ۵

WWW.EGZA.TK

۵. چند جمله‌ای می‌نیمال $\sqrt{2}-i$ روی Q کدام است؟

الف. x^4+2x^2+9 — ب. x^4-2x^2+9

ج. x^4-6x^2-17 — د. x^4-6x^2+17

۶. فرض کنید $K<F$ کدام گزینه صحیح نیست؟

الف. گروه گالوای F روی K برابر مجموعه تمام $K-$ یکریختی‌ها از F به F می‌باشد.

ب. اگر τ یک $K-$ خودریختی F باشد و $u\in F$ روی K جبری باشد آنگاه $\tau(u)$ نیز روی K جبری است.

ج. هرگاه $f\in K[x]$ و $u,v\in F$ چنان باشند که $f(u)=f(v)$ آنگاه u,v مزدوج یکدیگرند.

د. هرگاه f چند جمله‌ایی می‌نیمال $u\in F$ باشد و $g\in K[x]$ چنان باشد که $g(u)=0$ آنگاه $f\mid g$.

۷. هرگاه $K<F$، کدام گزینه صحیح است؟

الف. هرگاه F روی K جبری باشد، آنگاه $F=K(S)$ برای مجموعه متناهی S از F.

ب. هرگاه F متناهیاً تولید شده باشد، آنگاه F روی K با بعد متناهی است.

ج. هرگاه F روی K با بعد متناهی باشد، آنگاه F روی K جبری است.

د. هرگاه $F=K(S)$ برای مجموعه متناهی S از F، آنگاه F روی K جبری است.

۸. درجه $Q(\sqrt{2},\sqrt{6}+\sqrt{10})$ روی $Q(\sqrt{5}+\sqrt{3})$ برابر است با:

الف. ۲ — ب. ۳ — ج. ۱ — د. هیچکدام

۹. کدام گزینه صحیح نیست؟

الف. هر چندجمله‌ای $f\in K[x]$ دارای یک میدان شکافنده است.

ب. هر توسیع متناهی L از میدان K دارای یک بستار نرمال است.

ج. توسیع نرمال F از یک میدان K، میدان شکافنده چند جمله‌ای روی K است.

د. هرگاه F یک میدان شکافنده چند جمله‌ای f روی K باشد، آنگاه F با ریشه‌های f روی K تولید می‌شود.

۱۰. کدام گزینه صحیح نیست؟

الف. هرگاه $a\in K$ ریشه چند گانه f باشد آنگاه $f(a)=0$ ، $Df(a)=0$.

ب. تعداد عناصر هر میدان متناهی برابر توانی از یک عدد اول است.

ج. هر میدان متناهی یک توسیع ساده از میدان اول Z_p (به ازای عدد اولی مانند p) است.

د. هرگاه K میدان متناهی با مشخصه p باشد، آنگاه هر چند جمله‌ای بر حسب x^p روی K تفکیک‌پذیر است.

۱۱. کدام گزینه صحیح نمی‌باشد؟

الف. چند جمله‌ای $x^2+1\in Q[x]$ تفکیک‌پذیر است.

ب. چند جمله‌ای $x^2+1\in Z_2[x]$ تفکیک‌پذیر نمی‌باشد.

ج. چند جمله‌ای $x^6+x^3+1\in Z_3[x]$ تفکیک‌پذیر نمی‌باشد.

د. هر چند جمله‌ای روی Q تفکیک‌پذیر است.

نام درس: جبر (۲) — تعداد سوالات: تستی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی-گرایش: ریاضی — زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۷۰ دقیقه

کد درس: ۲۳۱۱۷۰ — تعداد کل صفحات: ۵

۱۲. کدام گزینه صحیح نیست؟

الف. گروه گالوای یک چند جمله‌ای تفکیک‌پذیر از درجه ۲ با Z_2 یکریخت است.

ب. گروه گالوای یک چند جمله‌ای تفکیک‌پذیر از درجه ۳ با S_3 یا A_3 یکریخت است.

ج. گروه گالوای یک چند جمله‌ای تفکیک‌ناپذیر از درجه ۲ گروهی نابدیهی است.

د. گروه گالوای یک چند جمله‌ای تحویل‌ناپذیر از درجه ۳ که دارای دقیقاً دو ریشه غیر حقیقی است با S_3 یکریخت است.

۱۳. هرگاه $K<F$, $G=Gal_K F$ ، کدامیک از موارد زیر برقرار است؟

الف. اگر H زیر گروهی از G باشد آنگاه $H\subseteq H''$.

ب. اگر $K<L<M<F$ آنگاه $L'\subseteq M'$.

ج. اگر $H\subseteq J$ زیر گروه‌هایی از G باشند آنگاه $H'<J'$.

د. اگر $K<L<F$ آنگاه $L''<L$.

۱۴. کدام گزینه صحیح نیست؟ (R اعداد حقیقی ، Q اعداد گویا ، $\mathbb{C}$ اعداد مختلط)

الف. R در $\mathbb{C}$ بسته است. — ب. Q در $F=Q(\sqrt[5]{2})$ بسته نیست.

ج. میدان R به طور جبری بسته است. — د. میدان $R(i)$ جبری – بسته است.

۱۵. هرگاه $f(x)=x^4+9\in Q[x]$ آنگاه میدان شکافنده f روی Q برابر است با:

الف. $Q(\sqrt{3}i)$ — ب. Q

ج. $Q(\sqrt{3},i)$ — د. $\mathbb{C}$

۱۶. هرگاه $f(x)=x^5-2\in Q[x]$ آنگاه درجه میدان شکافنده f روی Q برابر است با:

الف. ۲۰ — ب. $5!$

ج. ۶۰ — د. ۲۵

۱۷. گروه گالوای $f(x)=x^4+x^3+x^2+x+1$ روی Q با کدامیک از گروه‌های زیر یکریخت است؟

الف. Z_4 — ب. D_4

ج. Z_5 — د. D_5

دانشگاه پیام نور — مرکز آموزش و پژوهش — استان خراسان رضوی

WWW.EGZA.TK

نام درس: جبر (۲) — تعداد سوالات: تستی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی-گرایش: ریاضی — زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۷۰ دقیقه

کد درس: ۲۴۱۱۷۰ — تعداد کل صفحات: ۵

WWW.EGZA.TK

۱۸. فرض کنید $f(x)=x^4-4x^2+2\in Q[x]$ در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

الف. $E=Q(\sqrt{2},\sqrt{2+\sqrt{2}},\sqrt{2-\sqrt{2}})$ توسیع رادیکالی Q با دنباله رادیکالی وابسته $(\sqrt{2+\sqrt{2}},\sqrt{2-\sqrt{2}};2,2,2)$ است.

ب. $E=Q(\sqrt{2+\sqrt{2}},\sqrt{2-\sqrt{2}})$ توسیع رادیکالی Q با دنباله رادیکالی وابسته $(\sqrt{2},\sqrt{2+\sqrt{2}},\sqrt{2-\sqrt{2}};2,2,2)$ است.

ج. $E=Q(\sqrt{2},\sqrt{2+\sqrt{2}},\sqrt{2-\sqrt{2}})$ توسیع رادیکالی Q با دنباله رادیکالی وابسته $(\sqrt{2},\sqrt{2+\sqrt{2}},\sqrt{2-\sqrt{2}};2,2,2)$ است.

د. $E=Q(\sqrt{2+\sqrt{2}},\sqrt{2-\sqrt{2}})$ توسیع رادیکالی Q با دنباله رادیکالی وابسته $(\sqrt{2+\sqrt{2}},\sqrt{2-\sqrt{2}};2,2,2)$ است.

۱۹. کدام گزینه صحیح است؟

الف. ۳۶۰ – ضلعی منتظم ساخت‌پذیر است.

ب. ۱۸۰ – ضلعی منتظم ساخت‌پذیر نمی‌باشد.

ج. ۱۲۰ – ضلعی منتظم ساخت‌پذیر نمی‌باشد.

د. ۶۰ – ضلعی منتظم ساخت‌پذیر نمی‌باشد.

۲۰. کدام گزینه صحیح است؟

الف. $\sqrt[3]{2}$ ساخت‌پذیر است.

ب. $\sqrt{e}$ ساخت‌پذیر است.(e عدد نپر)

ج. $\sqrt{\pi}$ ساخت‌پذیر است.

د. $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ ساخت‌پذیر است.

دانشگاه پیام نور — مرکز آموزش الکترونیکی

نام درس: جبر (۲) — تعداد سؤال: تستی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی-گرایش: ریاضی — زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۷۰ دقیقه

کد درس: ۲۳۱۱۷۰ — تعداد کل صفحات: ۵

«سؤالات تشریحی»

۱.فرض کنید $K < F$, $u \in F$ روی K جبری باشد.

الف. نشان دهید : $K(u) = K[u]$.

ب. اگر f چند جمله‌ای می‌نیمال u از درجه n باشد ، نشان دهید $[K(u):K] = n$, $\{1, u, \ldots, u^{n-1}\}$ روی K پایه‌ای برای فضای برداری $K(u)$ است.

۲. ثابت کنید که اگر G یک گروه حل‌پذیر ساده باشد. آنگاه G گروهی متناهی از مرتبه اول است.

WWW.EGZA.TK

۳. فرض کنید F توسیعی نرمال متناهی از K بوده و $G = Gal_k F$. نشان دهید:

الف. اگر H زیر گروه نرمالی از G باشد. آنگاه H' در F روی K نرمال است.

ب. اگر $K<L<F$ و L در F روی K نرمال باشد . آنگاه L' زیر گروهی نرمال از G است و تابع $\theta: G \to Gal_k L$ ، با ضابطه $\theta(\tau)=\tau|_L$ (برای $\tau \in \theta$) یک همریختی با $\ker(\theta) = L'$ است.

۴. گروه گالوای $f(x) = x^4 - 5 \in Q[x]$ را روی میدان Q بیابید.

۵. فرض کنید $K<F$ هرگاه $u, v \in F$ جبری روی K از درجه به ترتیب m , n باشند ، نشان دهید $[K(u,v):K] \le mn$ اگر $(m,n)=1$ آنگاه $[K(u,v):K]=mn$

WWW.EGZA.TK

دانشگاه پیام نور
مرکز آموزش الکترونیکی
استان خراسان رضوی