

به نام خدا

دانشگاه حقوق اردبیلی
دانشکده فنی

امتحان میان ترم درس معادلات دیفرانسیل-رشته مهندسی عمران (روزانه)

تاریخ آزمون: 80/9/11

نام: _____
نام خانوادگی: _____
شماره دانشجویی: _____

ذکر: جواب سوالات تستی را به طور تشریحی در پاسخ نامه بنویسید.

♦ قسمت اول سوالات تستی ♦

تست شماره 1:

معادله دیفرانسیل زیر با کدام تغییر متغیر به معادله دیفرانسیل خطی تبدیل میشود:

$$\frac{dy}{dx} + a(x)y = f(x)y \ln y$$

z = e^y (ب)

z = ln y (د)

y = ln x (الف)

z = y ln y (ج)

تست شماره 2:

نوری که از منبع واقع در مبدا مختصات بر آینه مقعری میتابد به صورت سنتونی از پرتوها، به موازات محور x ها منعکس میگردد. در این صورت معادله دیفرانسیل متناظر برابر است با:

$$\frac{x}{y} = \frac{2y'}{1+(y')^2} \quad (ب)$$

$$\frac{y}{x} = \frac{2y'}{1-(y')^2} \quad (د)$$

$$\frac{x}{y} = \frac{2y'}{1-(y')^2} \quad (الف)$$

$$\frac{y}{x} = \frac{2y'}{1+(y')^2} \quad (ج)$$

تست شماره 3:

با چه تغییر متغیری معادله دیفرانسیل $\frac{dx}{dy} = \frac{x+y+4}{x-y-6}$ به معادله همگن تبدیل میشود؟

x-1=X , y=Y-5 (ب)

X=x+5 , Y=y+1 (د)

x=X+1 , y=Y+5 (الف)

x=X-1 , y-5=Y (ج)

تست شماره 4:

اگر در معادله دیفرانسیل $4xy^2 dx + (3x^2 y - 1) dy = 0$ از تغییر متغیر $y = t^\beta$ (β عدد ثابت است) استفاده کنیم در اینصورت مقدار β چقدر باید تا معادله فوق به یک معادله جدایی پذیر تبدیل شود؟

$\beta = -3$ (ب)

$\beta = 2$ (د)

$\beta = -2$

(الف)

$\beta = 3$ (ج)

(الف)

تست شماره 5:

جواب معادله دیفرانسیل $\frac{dy}{dx} = \frac{y \cos x}{1+2y^2}$ با مقدار اولیه $y(0)=1$ برابر است با:

$\sin x + 1 = \ln|y| + y^2$ (ب)

$\sin x + 1 = \ln|y| + y$ (د)

$\sin x - 1 = \ln|y| + y^2$ (الف)

$\sin x - 1 = \ln|y| + y$ (ج)

♦ قسمت دوم سؤالات تشریحی ♦

مسئله اول:
معادله دیفرانسیل

$$(P(x)dx + Q(x)dy)e^{\int f(x)dx} = 0 \quad (I)$$

که در آن P ، Q و f توابع غیر مشخصی از x هستند مفروض است

(الف) چه رابطه‌یی بین P ، Q ، f و مشتقات آنها باید برقرار باشد تا معادله (I) کامل گردد.

(ب) با استفاده از قسمت الف عامل انتگرال‌ساز جواب عمومی معادله دیفرانسیل $(x^3 + xy^4)dx + 2y^3dy = 0$

را به دست آورید.

مسئله دوم:
اگر

$$f(\lambda) = \int_0^\infty \frac{e^{-z} e^{-\frac{\lambda}{z}}}{\sqrt{z}} dz$$

نشان دهید که $f(\lambda)$ در معادله دیفرانسیل

$$f' + \frac{f}{\sqrt{\lambda}} = 0$$

صدق میکند. این معادله را با فرض

$$f(0) = \int_0^\infty \frac{e^{-z}}{\sqrt{z}} dz = \sqrt{\pi}$$

حل کنید.

مسئله سوم:
معادلات دیفرانسیل زیر را حل کنید:

a) $y' = \frac{y}{x} + x^3 y^2 - x^5$

b) $y - x \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dx} y^2 e^y$

c) $y = x \frac{dy}{dx} - e^{\frac{dy}{dx}}$

مسئله چهارم:

ابتدا نشان دهید که $y = \frac{c}{(x+1)^2}$ یک جواب معادله $y'(1+x)^3 + 2y(1+x)^2 = 0$ است (بدون

جایگذاری). سپس جواب عمومی $y'(1+x)^3 + 2y(1+x)^2 = 1$ را به دست آورید.