

نمونه سؤالات احتمالات (۱)

۱- اگر $X \sim \text{Ge}(p_1)$ و $Y \sim \text{Ge}(p_2)$ دو متغیر تصادفی مستقل باشند

تابع چگالی احتمال $Z = X + Y$ را بیابید.

۲- فرض کنید $X_1, X_2 \stackrel{\text{iid}}{\sim} N(0, 1)$. اگر $Y_1 = X_1 + X_2$ و $Y_2 = \frac{X_1}{X_2}$

الف- تابع چگالی احتمال توأم (Y_1, Y_2) را بیابید.

ب- توزیع کناری Y_2 را بیابید.

۳- اگر $X, Y \stackrel{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma^2)$ تابع چگالی احتمال $Z = \frac{X^2}{Y^2}$ را بدست آورید.

۴- اگر $X_1 \sim \chi_m^2$ و $X_2 \sim \chi_n^2$ و X_1 و X_2 مستقل باشند $Y = \frac{X_1}{X_1 + X_2}$ دهید که

Y دارای تابع چگالی احتمال $\text{Beta}(\frac{m}{2}, \frac{n}{2})$ است.

۵- فرض کنید X_1 و X_2 یک نمونه تصادفی از $N(0, 1)$ باشد توزیع متغیر زیر را بدست

آورید.

الف- $\frac{X_2 - X_1}{\sqrt{2}}$ ب- $\frac{(X_1 + X_2)^2}{(X_2 - X_1)^2}$ ج- $\frac{X_1 + X_2}{\sqrt{(X_1 - X_2)^2}}$

۶- فرض کنید (X, Y) دارای توزیع سه جدا با تابع چگالی

$$f(x, y) = \frac{n!}{x! y! (n-x-y)!} p_1^x p_2^y (1-p_1-p_2)^{n-x-y},$$

$$x, y = 0, 1, \dots, n \quad n \geq x+y$$

$$0 \leq p_1, p_2 \leq 1, \quad p_1 + p_2 < 1$$

باشد. تابع چگالی Y را بدست آورید.